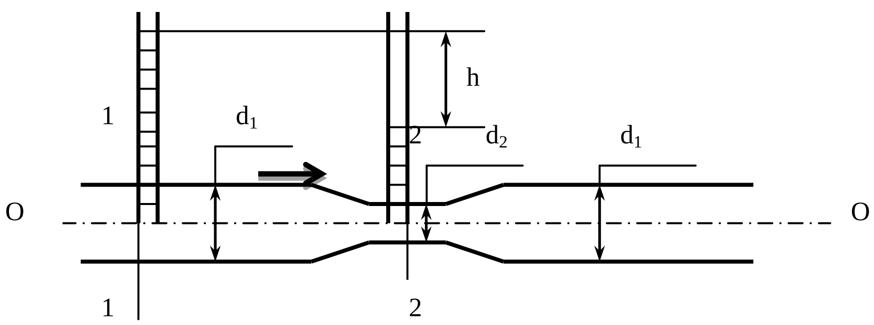
Н.И.Ткаченко

ГИДРОГАЗОДИНАМИКА

Учебное пособие



пос. Персиановский 2015

Министерство сельского хозяйства Российской Федерации
Департамент научно-технологической политики и образования
ФГБОУ ВПО Донской государственный аграрный университет

ГИДРОГАЗОДИНАМИКА

Учебное пособие

Для бакалавров, обучающихся по направлению подготовки 280700.62 - «Техносферная безопасность», профиль «Безопасность технологических процессов и производств»

пос. Персиановский 2015

УДК 621.221-62/075.5/
ББК В253.33я73
Т-48

Автор: кандидат технических наук, доцент Ткаченко Н.И

Ткаченко Н.И.
Т48 Гидрогазодинамика: учебное пособие/ Н.И.Ткаченко. - пос. Персиановский: Донской ГАУ, 2015. - 45 с.

В учебном пособии основные теоретические положения гидростатики и гидродинамики дополняются примерами решения задач, что позволяет укрепить необходимые знания в процессе изучения курса гидрогазодинамики.

Учебное пособие предназначено для бакалавров, обучающихся по направлению подготовки 280700.62 - «Техносферная безопасность», профиль «Безопасность технологических процессов и производств»

УДК 621.221-62/075.5/
ББК В253.33я73

Рис. – 28
Библ. – 4

Рецензенты: Шаршак В.К., доктор технических наук, профессор кафедры «Безопасность жизнедеятельности, механизация и автоматизация технологических процессов и производств» ДонГАУ;
Михеев А.В., канд. техн. наук, профессор кафедры «Машины природообустройства» НИМИ ДГАУ.

Одобрено методической комиссией факультета ТСХП
Протокол № 9 от 24 апреля 2015 года.

Рекомендовано методическим Советом ДонГАУ в качестве учебного пособия
Протокол № 6 от 28 мая 2015 года.

Введение

Согласно учебного плана подготовки бакалавров по направлению 280700.62_«Техносферная безопасность» (профиль: «Безопасность технологических процессов и производств») дисциплина Б3.Б.4 «Гидрогазодинамика», относится к базовой части профессионального цикла.

Цель преподавания дисциплины: приобретение знаний в области гидравлики и гидромашин, необходимых для дальнейшего изучения специальных дисциплин и практической деятельности по специальности.

Задачи изучения дисциплины:

- изучить физические основы гидравлических явлений и методы теоретического определения статических, кинематических и динамических характеристик жидкостей, находящихся в состоянии относительного покоя и движения;
- научить выполнять основные гидравлические расчеты трубопроводов и технологического оборудования;
- ознакомить с существующими типами гидромашин, их устройством, характеристиками, основами расчета и подбора

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих *общекультурных* компетенций:

ОК-3 - гражданственности (знание и соблюдение прав и обязанностей гражда-нина; свободы и ответственности);

ОК-6 - способности организовать свою работу ради достижения поставленных целей; готовность к использованию инновационных идей;

ОК-7 - владения культурой безопасности и риск-ориентированным мышлением, при котором вопросы безопасности и сохранения окружающей среды рассматриваются в качестве важнейших приоритетов в жизни и деятельности;

ОК-8 - способности работать самостоятельно;

ОК-9 - способности принимать решения в пределах своих полномочий;

ОК-10 - способности к познавательной деятельности;

ОК-15 - способности использовать организационно-управленческие навыки в профессиональной и социальной деятельности.

Изучение дисциплины направлено на формирование *профессиональных* компетенций:

ПК-1 - способности ориентироваться в перспективах развития техники и технологии защиты человека и природной среды от опасностей техногенного и природного характера;

ПК-2 - способности разрабатывать и использовать графическую документацию;

ПК-3 - способности принимать участие в инженерных разработках среднего уровня сложности в составе коллектива;

ПК-4 - способности оценивать риск и определять меры по обеспечению безопасности разрабатываемой техники;

ПК-5 - способности использовать методы расчетов элементов технологического оборудования по критериям работоспособности и надежности;

ПК-8 - способности ориентироваться в основных методах и системах обеспечения техносферной безопасности, обоснованно выбирать известные устройства, системы и методы защиты человека и природной среды от опасностей;
ПК-9 - способности ориентироваться в основных нормативно-правовых актах в области обеспечения безопасности;
ПК-10 - готовности к выполнению профессиональных функций при работе в коллективе;
ПК-11 - способности пропагандировать цели и задачи обеспечения безопасности человека и природной среды в техносфере;
ПК-12 - готовности использовать знания по организации охраны труда, охраны окружающей среды и безопасности в чрезвычайных ситуациях на объектах экономики;
ПК-13 - способности использовать знание организационных основ безопасности различных производственных процессов в чрезвычайных ситуациях;
ПК-14 - способности использовать методы определения нормативных уровней допустимых негативных воздействий на человека и природную среду;
ПК-15 - способностью проводить измерения уровней опасностей в среде обитания, обрабатывать полученные результаты, составлять прогнозы возможного развития ситуации;
ПК-16 - способности анализировать механизмы воздействия опасностей на человека, определять характер взаимодействия организма человека с опасностями среды обитания с учетом специфики механизма токсического действия вредных веществ, энергетического воздействия и комбинированного действия вредных факторов;
ПК-17 - способности определять опасные, чрезвычайно опасные зоны, зоны приемлемого риска;
ПК-18 - способности контролировать состояние используемых средств защиты, принимать решения по замене (регенерации) средства защиты;
ПК-19 - способности ориентироваться в основных проблемах техносферной безопасности;
ПК-20 - способности принимать участие в научно-исследовательских разработках по профилю подготовки: систематизировать информацию по теме исследований, принимать участие в экспериментах, обрабатывать полученные данные;
ПК-21 - способности решать задачи профессиональной деятельности в составе научно-исследовательского коллектива.

1. Физические свойства жидкостей

Плотность – это отношение массы тела (вещества) m к его объему V

$$\rho = \frac{m}{V}.$$

Выражается плотность в кг/м^3, т/м^3, г/см^3.

Величина обратная плотности называется удельным объемом – это объем, занимаемый единицей массы вещества

$$v = \frac{1}{\rho} = \frac{V}{m}, \quad \text{м}^3/\text{кг}.$$

Отношение плотностей двух веществ называется **относительной плотностью.** Обычно относительную плотность определяют по отношению к плотности дистиллированной воды

$$\rho_{\text{отн}} = \rho / \rho_{\text{в}},$$

где ρ - плотность вещества; $\rho_{в}$ – плотность воды.

Удельный вес – это отношение веса тела (вещества) к его объему.

Между удельным весом и плотностью существует соотношение

$$\gamma = \rho g, \qquad \text{Н/м}^3,$$

где g – ускорение свободного падения, g= 9,81 м/с^2.

Вязкость – это свойство газов и жидкостей сопротивляться действию внешних сил, вызывающих их течение.

Динамический коэффициент вязкости μ характеризует сопротивляемость жидкости сдвигающим усилиям. Он зависит от рода жидкости и параметров ее состояния, в основном от температуры.

Вязкость чистых жидкостей и газов, как и вязкость смесей, определяется опытным путем на приборах, называемых вискозиметрами.

Вязкость суспензий зависит от вязкости жидкой фазы μ_o и объемной концентрации в ней твердой фазы x и рассчитывается по формуле

$$\mu = \mu_0(1+4{,}5x).$$

Вязкость эмульсий рассчитывают по уравнению

$$\mu = \mu_0\sqrt{\frac{1}{1-x}},$$

где μ_0 – динамический коэффициент вязкости сплошной среды; x –объемная концентрация дисперсной фазы.

Кинематическая вязкость (или коэффициент кинематической вязкости) определяется по формуле $\nu = \mu/\rho$ и выражается в м^2/с. Кинематическая вязкость среды плотностью 1кг/м^3, динамическая вязкость которой 1 Па·с, составляет 1 м^2/с.

Поверхностное натяжение σ - это величина, численно равная работе, которую нужно затратить для того, чтобы при постоянной температуре увеличить на единицу площади поверхность раздела фаз.

Температурное расширение. Температурным расширением жидкости называют изменение ее объема при изменении температуры.

Температурное расширение зависит от физической природы жидкости и характеризуется коэффициентом объемного расширения β_t, который показывает относительное изменение объема жидкости при увеличении температуры на 1 градус. Если обозначить изменение объема $\Delta V = V - V_o$, а изменение температуры $\Delta t = t - t_o$, то коэффициент объемного расширения можно представить выражением (1/°C)

$$\beta_t = \frac{1}{V_o}\frac{\Delta V}{\Delta t}, \qquad (1)$$

где V_o – объем жидкости при температуре t_o; V – объем жидкости при температуре t.

Из зависимости (1) объем жидкости при температуре t равен

$$V = V_o\left[1 + \beta_t(t - t_o)\right]. \qquad (2)$$

Для минеральных масел β_t = 0,0006 ÷0,00085 1/°C, для воды β_t = 0,00014 ÷ 0,00015 1/°C.

Сжимаемость и упругость. Под сжимаемостью понимают свойство жидкости изменять свой объем под действием давления

Сжимаемость оценивается коэффициентом объемного сжатия β_p, который показывает относительное изменение объема жидкости $\Delta V/V_o$, приходящееся на единицу изменения давления Δp, и определяется ($м^2/Н = Па^{-1}$)

$$\beta_p = -\frac{1}{V_o}\frac{\Delta V}{\Delta p}, \qquad (3)$$

где $\Delta V = V - V_o$ – изменение объема жидкости при изменении давления $\Delta p = p - p_o$; V_o – объем при начальном давлении p_o; V – объем при конечном давлении p.

Знак минус в уравнении (3) показывает, что положительному приращению давления Δp соответствует отрицательное приращение (уменьшение) объема ΔV.

При изменении давления до 500 атм ≈ 50МПа коэффициент β_p для воды практически постоянен и равен $4{,}9\cdot10^{-10}$ $м^2/Н$.

Под упругостью понимают способность жидкости принимать свой прежний объем после снятия внешней нагрузки. Модулем объемной упругости жидкости называется величина обратная коэффициенту объемного сжатия

$$E_0 = \frac{1}{\beta_p}, \qquad [Па = Н/м^2]. \qquad (4)$$

Для воды в обычных условиях

$$E_o = 2{,}03\cdot10^9\ Па = 2{,}03\cdot10^3\ МПа = 2{,}07\cdot10^4\ кГ/см^2.$$

Капиллярностью называется свойство жидкости подниматься или опускаться в трубках малого диаметра под действием дополнительного давления, вызываемого силами поверхностного натяжения.

Высота подъема или опускания определяется по формуле

$$h = 2\sigma\cos\theta/\rho g r = 4\sigma\cos\theta/\rho g d,$$

где σ - поверхностное натяжение; ρ - плотность; r (d) – радиус (диаметр) капилляра; θ - острый угол между касательной к свободной поверхности жидкости в точке пересечения ее со стенкой капилляра и самой стенкой.

При температуре 20°С для воды, спирта и ртути высота поднятия (опускания) будет соответственно равна 30/d, 11,5/d, 10,15/d (d в мм).

Примеры решения задач

1.1. В резервуар, содержащий 125 м^3 жидкости плотностью 1760 кг/м^3, закачано 224 м^3 жидкости плотностью 1848 кг/м^3. Определить плотность получившейся смеси.

Решение.

Плотность смеси определяется по формуле

$$\rho_{см} = (m_1 + m_2)/(V_1 + V_2)$$

где m_1, m_2 – масса первой и второй жидкостей; V_1, V_2 – объем первой и второй жидкостей.

Так как $m = \rho V$, тогда

$$\rho_{см} = (\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2)/(V_1 + V_2) \qquad (5)$$

$$\rho_{см} = (1760\cdot125 + 1848\cdot224)/(125 + 224) = 1816 \text{ (кг/м}^3\text{)}$$

1.2. Определить плотность воздуха при нормальных условиях, если он содержит 78% азота, 21% кислорода, 0,9% аргона, 0,03% углекислого газа, остальное – водяной пар. Плотности газов, соответственно, 1,251 кг/м^3, 1,429 кг/м^3, 1,783 кг/м^3, 1,977 кг/м^3, 0,579кг/м^3.

Решение.

Плотность смеси газов определяется по формуле

$$\rho_{см} = \rho_1 n_1 + \rho_2 n_2 + \rho_3 n_3 + \rho_4 n_4 + \rho_5 n_5 = 1{,}251\cdot0{,}78 + 1{,}429\cdot0{,}21 + 1{,}783\cdot0{,}009 + $$
$$+1{,}977\cdot0{,}0003 + 0{,}579\cdot0{,}0007 = 1{,}293 \text{ (кг/м}^3\text{)}$$

1.3. Вертикальный цилиндрический резервуар заполнен жидкостью при температуре 10°С на высоту 4 м. Коэффициент температурного расширения жидкости β_t = 0,00072 1/°С. До какой температуры может быть нагрета жидкость, если повышение уровня жидкости допускается не более чем на 5 см.

Решение.

Изменение объема ΔV при изменении температуры Δt из формулы (1)

$$\Delta V = \beta_t V_0 \Delta t.$$

Начальный объем $V_0 = FH_0$, изменение объема $\Delta V = F\Delta H$.

Приравняем $F\Delta H = \beta_t V_0 \Delta t \Rightarrow \Delta t = F\Delta H/\beta_t V_0 = F\Delta H/\beta_t FH_0 = \Delta H/\beta_t H_0$

Изменение температуры $\Delta t = 0{,}05/(0{,}00072\cdot4) = 17{,}4$ (°С). Конечная температура $t = t_0 + \Delta t = 10 + 17{,}4 = 27{,}4$ (°С).

1.4. Объем 5 т бензина при атмосферном давлении составляет 7,3 м^3. Каким будет объем этого же количества бензина при повышении давления на Δp =

$1,5 \cdot 10^5$ Па, учитывая, что коэффициент объемного сжатия бензина $4,9 \cdot 10^{-10}$ $м^2/Н$. Как при этом изменится плотность бензина?

Решение.

Уменьшение объема бензина при повышении давления на Δp составит

$$\Delta V = \beta_p V_0 \Delta p = 4,9 \cdot 10^{-10} \cdot 7,3 \cdot 1,5 \cdot 10^5 = 5,4 \cdot 10^{-4} \text{ (м}^3\text{)} = 0,54 \text{ (л)}$$

Объем бензина при повышении давления

$$V = V_0 - \Delta V = 7300 – 0,54 = 7299,46 \text{ (л)}$$

Плотность бензина при атмосферном давлении

$$\rho_0 = m/ V_0 = 5000/7,3 = 684,9 \text{ (кг/м}^3\text{)}$$

Плотность бензина при повышении давления

$$\rho = m/ V = 5000/7,299 = 685 \text{ (кг/м}^3\text{)}$$

Следовательно, при повышении давления на $\Delta p = 1,5 \cdot 10^5$ Па плотность бензина увеличилась на 0,1 кг/м^3.

1.5. Определить плотность молока, если 10 л его имеют массу 10,2 кг

1.6. Вода при температуре 50°С имеет удельный вес γ = 9692 Н/м^3. Определить ее плотность при этой температуре.

1.7. Определить удельный объем жидкости плотностью 1120 кг/м^3. Какой объем занимают 500 кг этого вещества.

1.8. Определить коэффициент кинематической вязкости молока плотностью 1020 кг/м^3, если его коэффициент динамической вязкости равен 0,002 Па·с.

1.9. Удельный вес ртути при t = 20°С равен 132,9 кН/м^3. Определить ее плотность при этой температуре.

1.10. Определить удельный вес жидкости, если динамическая вязкость жидкости μ = 0,001 Па·с, а кинематическая вязкость $\nu = 1,02 \cdot 10^{-6}$ м^2/с.

1.11. Удельный вес нефти при температуре 15°C равен 8830 Н/м^3. Кинематическая вязкость 0,4 см^2/с. Определить динамическую вязкость нефти.

1.12. К 30 м^3 цельного молока плотностью 1030 кг/м^3 добавлено 10 м^3 сливок плотностью 960 кг/м^3. Определить плотность нормализованного молока.
1.13. Определить массу 20 л жидкости, удельный вес которой 9700 Н/м^3.

1.14. Определить высоту капиллярного поднятия воды в слое грунта, если капиллярные свойства данного грунта определяются условным капилляром, имеющим диаметр 0,001 см.

1.15. Вертикальный цилиндрический резервуар заполнен спиртом температурой $t^{\circ} = 5^{\circ}C$ на высоту 1 м. Определить высоту спирта при повышении температуры до $25^{\circ}C$. Расширение резервуара не учитывать. Коэффициент температурного расширения спирта $\beta_t = 0{,}0011\ 1/^{\circ}C$.

1.16. При гидравлическом испытании трубопровода длиной L = 300 м и диаметром d = 500 мм давление поднято до 4 МПа. Какой объем воды потребовалось подать в трубопровод за время подъема давления до назначенной величины. Расширение трубы не учитывать.

1.17. Объем бензина при температуре 15°С составляет 33,5 $м^3$. Каким будет объем этого же количества бензина при температуре 5°С, учитывая, что коэффициент температурного расширения бензина $\beta_t = 0{,}00065\ 1/^{\circ}C$.

1.18. Горизонтальный трубопровод диаметром d = 400 мм и длиной L = 500 м наполнен стоячей водой. Температура воды $5^{\circ}C$, давление $p = 4 \cdot 10^5$ Па. Определить давление в трубе при нагревании воды до $15^{\circ}C$. Деформацией стенок трубопровода пренебречь.

2. Гидростатическое давление

Под действием поверхностных и массовых сил внутри объема покоящейся жидкости возникает напряжение, которое называют *гидростатическим давлением.* В любой точке жидкости оно направлено по внутренней нормали к площадке действия, а его численное значение не зависит от ориентации площадки.

Единица измерения гидростатического давления 1Па = 1Н/$м^2$ (10^3 Па = 1 кПа, 10^6 Па = 1 МПа, 1 атм = 1 бар = 0,1 МПа = 100 кПа).

Рассматривая однородную покоящуюся жидкость, границу раздела с газообразной средой называют *свободной поверхностью*, а давление на этой поверхности – *внешним давлением* p_0. Часто внешнее давление равно атмосферному p_{am}. В технике приближенно принимают $p_{am} = 10^5$ Па = 100 кПа

При равновесии жидкости в поле действия только силы тяжести, свободная поверхность горизонтальна и *основное уравнение гидростатики* имеет вид

$$z + \frac{p}{\rho g} = const, \tag{2.1}$$

где z – вертикальная координата рассматриваемой точки; p – давление в точке; ρ – плотность жидкости; g – ускорение свободного падения.

Применяя уравнение (2.1) для произвольной точки и для точки на свободной поверхности жидкости получим другой вид основного уравнения гидростатики

$$p = p_0 + \rho g h, \tag{2.2}$$

где h – глубина погружения точки под свободной поверхностью.

Из (2.2) следует, что абсолютное давление в любой точке жидкости на глубине h равно сумме поверхностного давления p_0 и давления ρgh, созданного весом столба жидкости. С увеличением h давление жидкости растет по линейному закону.

Обычно абсолютное давление сравнивают с атмосферным. Любое давление сверх атмосферного является дополнительным к атмосферному, т. е. избыточным. Избыточное давление измеряют с помощью прибора, называемого манометром. Поэтому избыточное давление называют также манометрическим и обозначают $p_{ман}$ или $p_{изб}$.

Если $p_0 = p_{am}$, то $p_{ман.} = p_0 + \rho gh - p_{am} = \rho gh$.

В этом случае абсолютное давление представляет сумму атмосферного и манометрического давлений

$$p_{абс} = p_{am} + p_{ман}.$$

Если процессы протекают при давлении меньше атмосферного (вакуум-насосы, вакуум-котлы и т. д.), то имеет место недостаток давления до атмосферного, т. е. вакуум

$$p_{вак} = p_{am} - p_{абс}.$$

Тогда абсолютное давление равно разности $p_{абс} = p_{am} - p_{вак}$.

Для измерения давления в жидкости служат различные по принципу действия и по характеру измеряемой величины приборы. Все они измеряют разность давлений между двумя точками, в одной из которых давление может быть атмосферным. В жидкостных приборах (манометрах, пьезометрах) давление уравновешивается весовым давлением столба жидкости.

Примеры решения задач

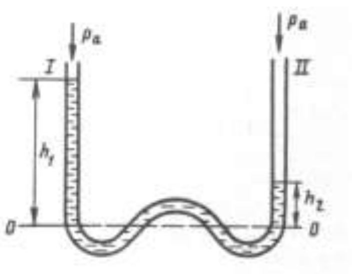


Рис. 1 – К зад. 2.1

2.1. Определить удельный вес жидкости при помощи сообщающихся сосудов. В правое колено налита ртуть, а в левое жидкость. Удельный вес ртути равен 133 кН/м^3, высота столба ртути h_2 над поверхностью раздела составляет 50 мм, а высота столба жидкости h_1 = 550 мм.

Решение. Составим уравнение равновесия жидкости в сообщающихся сосудах относительно плоскости раздела О – О

$$\rho_ж gh_1 = \rho_p gh_2.$$

Откуда $\rho_ж g = \rho_p gh_2/h_1 = 133 \cdot 50/550 = 12{,}1$(кН/м^3)

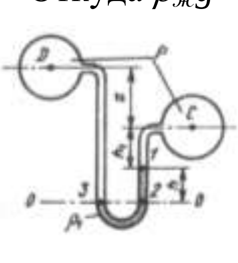


Рис. 2 – К зад. 2.2

2.2. Определить разность давлений в сосудах C и D, если их центры расположены на расстоянии z, а разность уровней рабочей жидкости в дифференциальном манометре h. Плотность рабочей жидкости ρ_1. Сосуды заполнены водой. Выполнить вычисления при следующих данных: а) z = 0, ρ_1 = 850 кг/м^3, h = 0,2 м; б) z = 0, 5 м, ρ_1 = 13600 кг/м^3, h = 0,1 м

Решение. Весовое давление столба жидкости высотой h уравновешивает разность давлений в точках 1 и 2. В точках 2 и 3 давление одинаковое, т.к они расположены в одной плоскости. Обозначив через h_1расстояние от точки С до первой границы раздела запишем уравнение равновесия относительно линии О – О

$$p_D + \rho g(h + h_1 + z) = p_c + \ \rho g h_1 + \rho_1 g h.$$

Отсюда

$$p_D - p_C = (\rho_1 - \ \rho)gh - \rho g z.$$

Если z = 0, т.е. сосуды находятся на одном уровне

$$p_D - p_C = (\rho_1 - \ \rho)gh.$$

Из уравнения видно, что при $\rho_1 < \rho$ давление в сосуде D меньше, чем в сосуде С и наоборот.

При заданных числовых значениях получим

а) $p_C - p_D$ = (1000 – 850)·9,81·0,2 = 294,3 9 (Па);

б) $p_D - p_C$ = (13600 – 1000)·9,81·0,1 - 1000·9,81·0,5 = 7455,6 (Па).

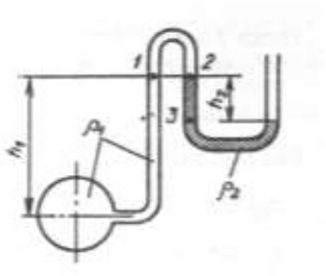


Рис. 3 – К зад. 2.3

2.3. Жидкость плотностью ρ_1 находится в равновесии в сосуде, к которому подключен прибор для измерения давления. Его левая трубка заполнена жидкостью. Рабочая жидкость в U-образной трубке имеет плотность ρ_2. Граница раздела жидкостей находится выше центра сосуда на высоте h_1 = 0,4 м, разность уровней рабочей жидкости h_2 = 0,1. Определить манометрическое давление или вакуум в центре сосуда при следующих условиях: а) ρ_1 = 1000 кг/м^3; ρ_2 = 800 кг/м^3; б) ρ_1 = 900 кг/м^3; ρ_2 = 13600 кг/м^3.

Решение. Давление в точке 1 меньше, чем в центре сосуда, на весовое давление столба жидкости плотностью ρ_1 и высотой h_1, так как эта точка расположена выше. В точке 2, находящейся на том же уровне и в той же жидкости, давление такое же (весовое давление столбов жидкости в колене взаимно уравновешивается).

Таким образом $p_2 = p_1 = p - \rho_1 g h_1$.

В точке 3 давление увеличивается на весовое давление столба жидкости плотностью ρ_2 и высотой h_2:

$p_3 = p_2 + \rho_2 g h_2$.

Такое же давление на свободной поверхности в пьезометре, так как она находится на уровне точки 3. Но здесь давление атмосферное. В результате получаем

$p - \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2 = p_{ат}$.

Отсюда избыточное (манометрическое) давление в сосуде

$p_{ман} = p - p_{ат} = \rho_1 g h_1 - \rho_2 g h_2$.

Из уравнения видно, что при $\rho_2 > \rho_1$ разность может быть и отрицательной , тогда прибор измеряет вакуум в сосуде:

$p_{вак} = p_{ат} - p = \rho_2 g h_2 - \rho_1 g h_1$.

При заданных числовых значениях получим:

а) манометрическое давление

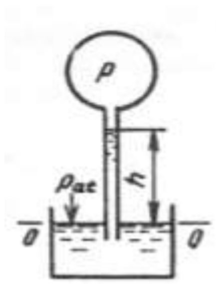
$p_{ман}$ = 1000·9,81·0,4 - 800·9,81·0,1 = 3139 (Па);

б) вакуум

$p_{вак}$ = 13600·9,81·0,1 - 900·9,81·0,4 = 9810 (Па).

2.4. Определить абсолютное и избыточное давление в точке, расположенной на глубине 1 м в открытом сосуде с водой в обычных условиях.

2.5. К закрытому герметически сосуду с водой присоединена открытая стеклянная трубка – пьезометр. Определить высоту столба воды в пьезометре над уровнем жидкости, если давление на поверхности воды p_0 = 106 кПа



2.6. В баллоне с воздухом давление p меньше атмосферного. Присоединенная к баллону трубка опущена в сосуд с водой. Под действием атмосферного давления жидкость поднимается в трубке на высоту h. Определить на какую высоту поднимется вода, если p = 90,2 кПа.

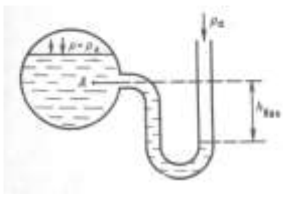
Рис.4 – К зад. 2.6

2.7. К сосуду с водой на одном и том же уровне присоединены две стеклянные трубки – пьезометры. Одна трубка имеет открытый конец, а другая запаяна и из нее полностью выкачан воздух. Определить давление в точках присоединения пьезометров и высоту столба воды в трубках, если расстояние от точек присоединения трубок до поверхности воды в сосуде h = 0,6 м, давление на поверхности воды в сосуде p_0 =120 кПа.

2.8. В сообщающиеся сосуды (см. рис. 2.1) налиты две несмешивающиеся жидкости с относительной плотностью ρ_1/ρ_2 = 1,3. Уровень свободной поверхности первой жидкости установился на высоте h_1 = 0,5 м над поверхность раздела 0 – 0. Определить разность уровней $h_1 - h_2$.

2.9. Определить давление на дно открытого сосуда, наполненного двумя несмешивающимися жидкостями. Плотность жидкостей ρ_1 = 900 кг/м^3, ρ_2 = 1100 кг/м^3; толщина каждого слоя h_1 = 0,5 м, h_2 = 0,2 м

2.10. В сообщающиеся сосуды, один из которых открыт, налито масло (ρ = 870 кг/м^3). Второй сосуд герметически закрыт и внешнее давление в нем p_0 суде она 1,5 м.



2.11. Определить высоту на которую опустится уровень воды в вакуумметре, присоединенном к баллону, давление на поверхности жидкости в котором p_0 = 96 кПа, точка А погружена на глубину 0,3 м.

Рис. 5 – К зад. 2.11

2.12. Избыточное давление в море на глубине 300 м составляет 3,1 МПа. Определить плотность морской воды.

2.13. Определить избыточное давление в скважине на глубине 3600 м, если скважина заполнена глинистым раствором плотностью ρ = 1600 кг/м^3.

2.14. На какую величину снизится избыточное давление в скважине глубиной 3200 м, если глинистый раствор плотностью 1600 кг/м^3 заменить водой.

3. Эпюры давления. Сила гидростатического давления на плоские поверхности

При решении многих практических задач необходимо строить эпюры гидростатического давления, представляющие собой графическое изображение распределения гидростатического давление по длине контура тела, погруженного в жидкость.

Обращаясь к основному уравнению гидростатики

$$p = p_0 + \rho g h$$

видим, что оно является уравнением прямой линии вида $y = kx + b$, где свободному члену b соответствует давление, действующее на поверхность жидкости p_0, а угловому коэффициенту k – выражение ρg. Для избыточного давления $p = \rho g h$ имеем уравнение прямой, проходящей через начало координат. Следовательно, изменение гидростатического давления по глубине подчиняется линейному закону. В связи с этим для построения эпюры гидростатического давления, действующего на плоскую фигуру, достаточно иметь две точки, по которым строится прямая линия.

Т. к. на все тела находящиеся на земной поверхности действует атмосферное давление, то чаще строят эпюры избыточного давления (т. е. сверхатмосферного). Если давление на поверхности $p_0 = p_{ат}$, то избыточное давление на поверхности будет равно $p = 0$, т. к. $h = 0$, а избыточное давление у дна $p = \rho g h$. Следовательно, эпюра избыточного давления будет представлять прямоугольный треугольник (т. к. давление действует по нормали к рассматриваемой поверхности).

Полная сила давления жидкости на плоскую стенку равна произведению площади стенки на гидростатическое давление p_c в центре тяжести этой площади

$$P = (p_0 + \rho g h_c)F.$$

Если давление на свободную поверхность стенки $p_0 = p_{ат}$, то $p_c = \rho g h_c$, тогда сила избыточного давления на поверхность стенки будет равна

$$P = P_{изб} = \rho g h_c F.$$

Формула справедлива и для любой наклонной плоскости с произвольными очертаниями.

Если стенка расположена горизонтально, т. е. является горизонтальным дном сосуда, то полная сила давления на дно $P_{дн}$ определяется по тем же формулам

$$P_{дн} = (p_0 + \rho gh)F \text{ или } P_{дн} = P_{изб} = \rho ghF,$$

где h – высота столба жидкости над дном; F – площадь дна.

Силу гидростатического давления на плоскую прямоугольную стенку можно определит графо-аналитически с помощью эпюры давления. Сила гидростатического давления жидкости на плоскую прямоугольную стенку равна площади эпюры гидростатического давления, умноженной на ширину стенки.

$$P_{изб} = F_{эп} b.$$

Точка приложения суммарного гидростатического давления называется центром давления. Центр избыточного гидростатического давления на плоскую фигуру расположен ниже центра ее тяжести. Расстояние от свободной поверхности жидкости до центра давления определяется по зависимости

$$h_Д = h_C + I_0 / Fh_C.$$

Для плоской прямоугольной фигуры h = 2/3h.

Центр давления можно определить также графо-аналитическим способом. Линия действия силы гидростатического давления проходит через центр тяжести эпюры.

Примеры решения задач

3.1. Построить эпюру избыточного гидростатического давления на плоскую прямоугольную стенку АВ открытой емкости, если глубина воды в ней 2 м.

Решение.

Избыточное давление в точке А $p_A = 0$, в точке В – $p_B = \rho gh = 1000 \cdot 9{,}81 \cdot 2 =$ $=19620$ (Па) = 19,62 (кПа). Выбираем масштаб 1 см = 5 кПа, тогда давление 19,62 кПа изобразится отрезком 19,62/5 ≈ 4 см.

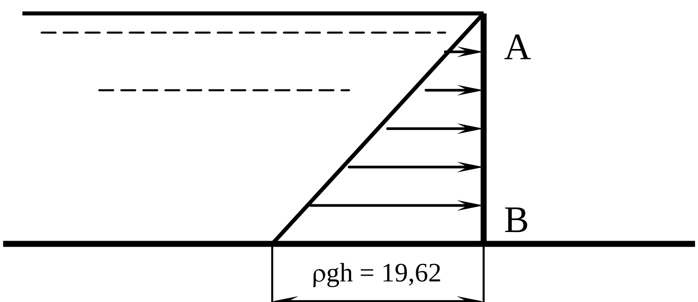


Рис. 6 – К зад.3.1

3.2. Построить эпюру избыточного давления воды на наклонную стенку АВ, если h_1 = 1,2 м, h = 2,6 м.

Решение.

Избыточное давление в точке А

$$p_A = \rho g h_1 = 1000 \cdot 9{,}81 \cdot 1{,}2 = 11772 \text{ (Па)} = 11{,}8 \text{ (кПа)}$$

$$p_B = 1000 \cdot 9{,}81 \cdot 2{,}6 = 25506 \text{ (Па)} = 25{,}5 \text{ (кПа)}$$

Приняв масштаб в 1 см - 5 кПа, получим величины отрезков 11,8/5 = 2,4 см, 25,5/5 =5,1 см, по которым строим эпюру избыточного давления.

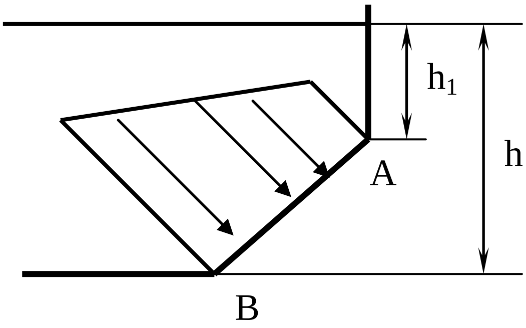


Рис. 7 – К зад.3.2

3.3. Построить эпюру избыточного давления на стенку АВСД (Рис. 8), если h_1 =1,5 м, а h_2 = 2,5 м

Решение.

Избыточное давление в точках В и С равно

$$p_B = p_C = \rho g h_1 = 1000 \cdot 9{,}81 \cdot 1{,}5 = 14715 \text{ (Па)} = 14{,}7 \text{ (кПа)}$$

Давление в точке D

$$p_D = \rho g(h_1 + h_2) = 1000 \cdot 9{,}81 \cdot 4 = 39240 \text{ (Па)} = 39{,}2 \text{ (кПа)}$$

Приняв масштаб 1 см - 5 кПа и определив длины отрезков 14,7/5 = 2,9 см, 39,2/5 = 7,8 см, строим эпюру избыточного гидростатического давления.

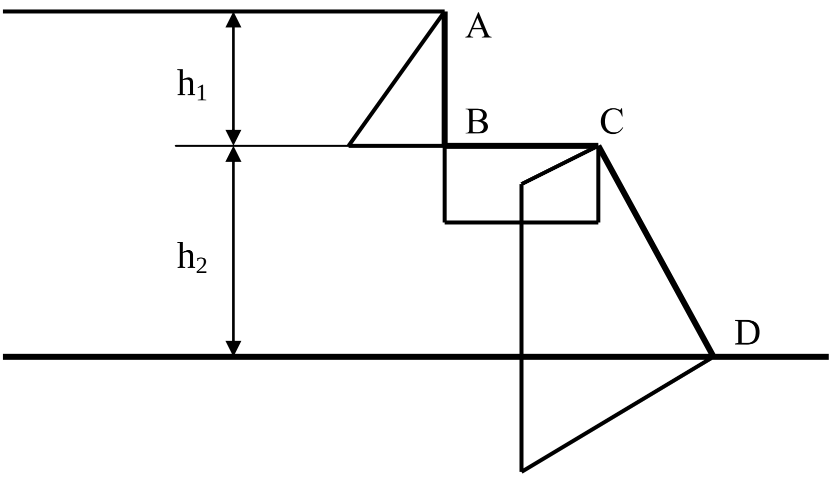


Рис.8 – К зад. 3.3

3.4. Определить силу избыточного гидростатического давления на боковую стенку открытого прямоугольного призматического резервуара заполненного молоком на глубину h = 2,4 м, если ширина стенки b = 1,5 м. Определить положение центра давления.

Решение.

Силу избыточного давления определяем по формуле

$$P = p_c F = \rho_м g h_c F; \quad h_c = h/2; \quad F = bh;$$

$$P = \rho_м g \frac{h}{2} bh = \frac{1}{2}\rho_м g h^2 b = \frac{1}{2} 1025 \cdot 9{,}81 \cdot 2{,}4^2 \cdot 1{,}5 = 43438{,}7(Н) = 43{,}4(кН)$$

$$h_Д = h_C + \frac{I_0}{Fh_C} = \frac{2}{3}h = \frac{2}{3}2{,}4 = 1{,}6\,(м).$$

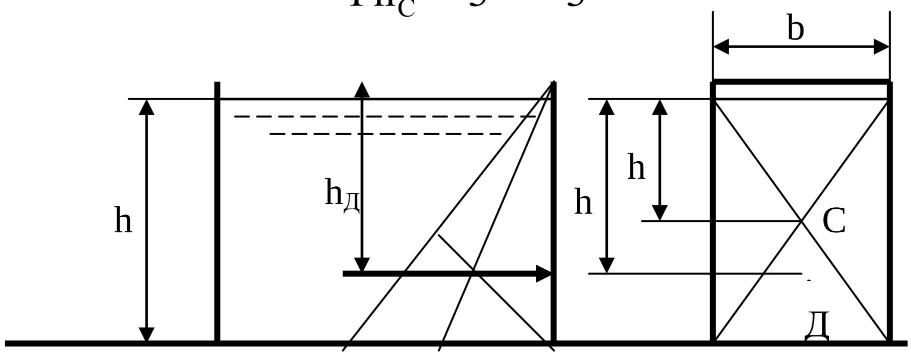


Рис. 9 – К зад. 3.4

Графо-аналитическим способом $P_{изб} = F_{эп} b.\ ; F_{эп} = \frac{1}{2}\rho_м g h h = \frac{1}{2}\rho_м g h^2;$

$$P_{изб} = \frac{1}{2}\rho_м g h^2 b$$

3.5. Определить силу абсолютного давления молока на плоскую круглую крышку люка, находящегося в боковой стенке прямоугольного резервуара, если диаметр крышки d = 1 м, глубина погружения центра крышки 2 м. Резервуар герметически закрыт, давление на поверхности молока 120 кПа. Определить положение центра давления.

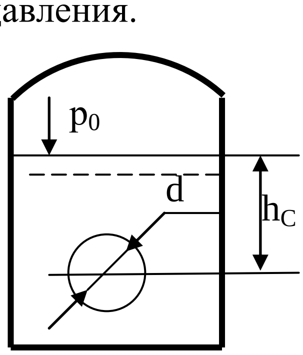


Рис. 10 – К зад. 3.5

Решение.

Силу абсолютного давления определяем по формуле

$$P = p_C F = (p_0 + \rho_м g h_C) F = (p_0 + \rho_м g h_C) \frac{\pi d^2}{4} =$$

= (120000+1025·9,81·2)3,14·1²/4 = 109986,7(Н) = 110 (кН);

Расстояние от поверхности жидкости до центра давления

$$h_Д = h_C + I_0 / F h_C$$

$$I_0 = \frac{\pi d^4}{64} = \frac{3{,}14 \cdot 1^4}{64} = 0{,}05(м^4); \quad F = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3{,}14 \cdot 1^2}{4} = 0{,}785(м^2);$$

$$h_Д = 2 + 0{,}05 / 0{,}785 \cdot 2 = 2{,}03\ (м).$$

3.6. Определить силу избыточного давления воды на боковую наклонную стенку открытой емкости. Ширина стенки 0,8 м, угол наклона стенки к горизонту 60°, глубина воды в емкости 1 м.

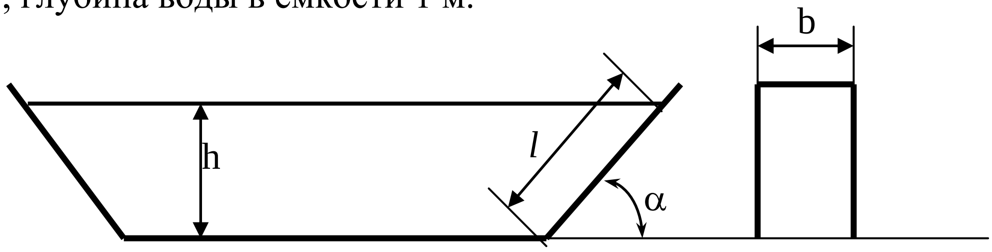


Рис. 11 – К зад. 3.6

Решение.

Определяем силу избыточного давления воды на наклонную стенку

$$P = P_{изб} = p_C F = \rho g h_C F; \quad F = b \cdot l; \quad h_C = \frac{1}{2} h;$$

$$\frac{h}{l} = \sin\alpha \Rightarrow l = \frac{h}{\sin\alpha};$$

$$P = \rho g \frac{h}{2} b \frac{h}{\sin\alpha} = \frac{1}{2} \rho g h^2 b =$$

= 1/2·1000·9,81·1/sin60°·0,8 = 4531 (Н) = 4,53 (кН)

Расстояние до центра давления

$$l_Д = \frac{2}{3} l_C = \frac{2}{3} \frac{h}{\sin\alpha} = \frac{2}{3} \frac{1}{\sin 60°} = 0{,}77(м).$$

4. Давление жидкости на криволинейную поверхность

В общем случае определение давления жидкости на криволинейные поверхности произвольной формы является довольно сложной задачей. На практике чаще всего приходится определять силу гидростатического давления на цилиндрические поверхности (трубы, цилиндрические емкости и др.).

Рассмотрим цилиндрическую поверхность, расположенную перпендикулярно к плоскости чертежа (рис. 12).

Сила гидростатического давления, действующая на криволинейную цилиндрическую поверхность, раскладывается на две составляющие - горизонтальную и вертикальную.

Если $p_0 = p_{ат}$, то горизонтальная составляющая силы гидростатического давления равна

$$P_г = \rho g h_c F_{BD},$$

где h_c - глубина погружения центра тяжести вертикальной прямоугольной проекции рассматриваемой криволинейной поверхности; F_{BD} - площадь этой проекции.

Вертикальная составляющая определяется как

$$R_в = G = \rho g V_{ABMN},$$

где V_{ABMN} - объем тела давления.

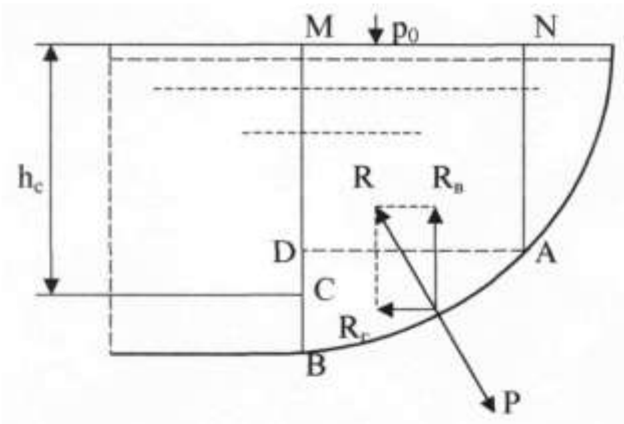


Рис. 12 – Силы, действующие на криволинейную поверхность

Тело давления - это объем ограниченный рассматриваемой криволинейной поверхностью, двумя вертикальными плоскостями, проведенными через граничные линии поверхности, и свободной поверхностью жидкости или ее продолжением.

Полная сила избыточного гидростатического давления на криволинейную цилиндрическую поверхность будет равна

$$P = \sqrt{P_в^2 + P_г^2}.$$

Для цилиндрических круговых поверхностей равнодействующая сила давления всегда направлена по радиусу. Направление действия равнодействующей P определяется углом, под которым она наклонена к горизонту. Для определения этого угла, вычисляются направляющие синус и косинус

$$\sin\alpha = P_z/P; \;\; \cos\alpha = P_x/P/$$

Координаты центра давления определяются из подобия силового и геометрического треугольников как

$$x = r\cdot\cos\alpha; \; z = r\cdot\sin\alpha.$$

Примеры решения задач

4.1. Призматическая прямоугольная емкость, заполненная водой, имеет в месте соединения боковой стенки с дном криволинейную цилиндрическую вставку радиусом 1 м, и шириной b = 1,2 м. Определить силу избыточного гидростатического давления, действующего на криволинейную цилиндрическую поверхность вставки, если нижняя точка криволинейной поверхности находится на глубине h = 2,5 м.

Решение

$$P_x = p_c F = \rho g h_c r b = \rho g (h - r/2) r b = 1000 \cdot 9{,}81 \cdot (2{,}5 - 0{,}5) \cdot 1 \cdot 1{,}2 =$$
$$= 3544(\text{Н}) = 23{,}54(\text{кН});$$

$$P_z = \rho g V_{т.д.} = \rho g \left[r(h-r) + \pi r^2/4 \right] b;$$

$$F_{т.д.} = r(h-r) + \pi r^2/4 == 1(2{,}5-1) + 3{,}14 \cdot 1/4 = 2{,}285\ (м^2);$$

$$P_z = 1000 \cdot 9{,}81 \cdot 2{,}285 \cdot 1{,}2 = 26899(\text{Н}) = 26{,}9\ (\text{кН});$$

$$P = \sqrt{P_x + P_z} = \sqrt{23{,}54^2 + 26{,}9^2} = 35{,}74\ (\text{кН}).$$

$$\sin\alpha = P_z / P = 26{,}9/35{,}74 = 0{,}752;$$

$$\cos\alpha = P_x / P = 23{,}54/35{,}74 = 0{,}659;$$

$$x = r\cos\alpha = 1 \cdot 0{,}752 = 0{,}752(\text{м});$$

$$z = r\sin\alpha = 1 \cdot 0{,}659 = 0{,}659(\text{м}).$$

4.2. Цилиндрическая цистерна диаметром d = 2 м и длиной l = 5 м заполнена молоком. Верхний люк открыт в атмосферу. Определить силу P давления молока на дно (нижнюю половину цилиндрической поверхности) и силу G тяжести молока, передаваемую на колеса.

Решение.

$$G = \rho g V_ц = \rho g \frac{\pi d^2}{4} l = 1025 \cdot 9{,}81 \cdot \frac{3{,}14 \cdot 2^2}{4} 5 = 157867(\text{Н}) \approx 158(\text{кН});$$

$$P_z = \rho g V_{т.д.};$$

$$V_{т.д.} = \left(\frac{\pi d^2}{8} + d\frac{d}{2} \right) l = \frac{d^2}{2} \left(\frac{\pi}{4} + 1 \right) l;$$

$$P_z = \rho g \frac{d^2}{2} \left(\frac{\pi}{4} + 1 \right) l = 1025 \cdot 9{,}81 \cdot \frac{2^2}{2} \left(\frac{3{,}14}{4} + 1 \right) 5 = 179486(\text{Н}) \approx 179{,}5(\text{кН}).$$

4.3._Определить силу избыточного давления, открывающего полусферическую крышку радиусом r = 1 м, если уровень воды в пьезометре выше крышки на h = 1,5 м

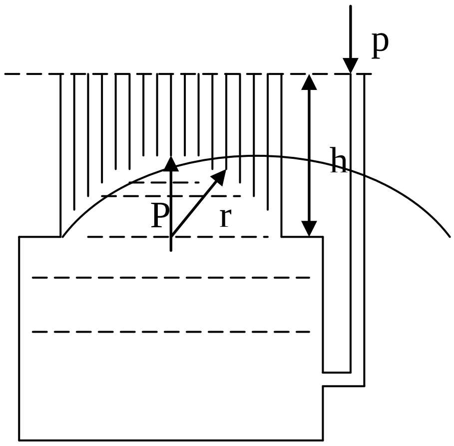


Рис. 13 – К зад. 4.3

Решение.

$$P_z = \rho g V_{т.д.};$$

$$V_{т.д.} = V_ц - V_{п/сф.} = \pi r^2 h - \frac{1}{2}\frac{4}{3}\pi r^3 = 3{,}14 \cdot 1 \cdot 1{,}5 - \frac{2}{3} 3{,}14 \cdot 1 = 2{,}62(м^3);$$

$$\mathrm{P_z} = 1000 \cdot 9{,}81 \cdot 2{,}62 = 25702(\mathrm{Н}) = 25{,}7(\mathrm{кН}).$$

5. Закон Архимеда.

Закон Архимеда читается следующим образом: ”На тело, погруженное в жидкость, действует выталкивающая сила, направленная вертикально вверх и равная весу жидкости, вытесненной телом” Закон Архимеда справедлив для тел любой конфигурации, а также для тел, частично погруженных в жидкость.

$$P_{арх} = \rho g V,$$

где ρgV – вес вытесненной телом жидкости.

Сила $P_{арх.}$ Называется архимедовой или подъемной (выталкивающей) силой. Она приложена в центре тяжести вытесненного объема жидкости, который называется <u>центром водоизмещения</u>. Центр водоизмещения обычно не совпадает с центром тяжести тела (кроме однородных тел).

Следовательно, на тело, погруженное в жидкость, действуют две силы:

- вес тела G, приложенный в центре тяжести и направленный вниз;
- подъемная сила $P_{арх.}$, приложенная в центре водоизмещения и направленная вверх.

Плавучесть тела. Плавучестью называют способность тела плавать в жидкости в погруженном или частично погруженном состоянии. На основе закона Архимеда создана теория плавания тел.

Различают три случая плавания тел:

1). $G = P_{арх.}$ – тело плавает в погруженном состоянии на произвольной глубине (такое состояние называется взвешенным). В этом случае плотности тела $\rho_т$ и жидкости $\rho_ж$ равны ($\rho_т = \rho_ж$), т. к. $G = \rho_т gV = P_{арх.} = \rho_ж gV$.

2). $G > P_{арх.}$ (или $\rho_т > \rho_ж$) – тело тонет, если его вес больше выталкивающей силы или плотность тела больше плотности жидкости.

3). $G < P_{арх.}$ (или $\rho_т < \rho_ж$) – тело всплывает и плавает на поверхности в частично погруженном состоянии.

Примеры решения задач

5.1. Определить объем и плотность тела массой 2 кг, если при взвешивании его в воде показание динамометра уменьшилось в 2 раза.

Решение.

В воздухе на пружину динамометра действует сила тяжести

$$G = mg = 2 \cdot 9{,}81 = 19{,}62(\text{Н}).$$

В воде, кроме этой силы, на тело действует выталкивающая (архимедова) сила

$$P_{арх} = \rho g V.$$

Тогда на пружину динамометра действует сила

$$G - P = \frac{G}{2} \text{ (т.к. показание д-ра уменьшилось в 2 раза).}$$

Отсюда $P = G - 0{,}5G = 0{,}5G,$

$$\rho g V = 0{,}5G \to V = \frac{0{,}5G}{\rho g} = \frac{0{,}5 \cdot 19{,}62}{1000 \cdot 9{,}81} = 0{,}001(\text{м}^3).$$

Плотность тела

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{2}{0{,}001} = 2000(\text{кг}/\text{м}^3).$$

5.2. Деревянный призматический брусок высотой H = 0,5 м плавает на поверхности воды. Определить глубину погружения бруска, если плотность дерева $\rho_д = 900$ кг/м^3.

Решение.

Условие плавания $G = P_{арх}$.

Вес бруска $G = \rho_д g V_б = \rho_д g F H.$

Архимедова сила $P_{арх} = \rho_в g F h.$

$$\rho_д g F H = \rho_в g F h \to h = \frac{\rho_д g F H}{\rho_в g F} = \frac{\rho_д H}{\rho_в} = \frac{900 \cdot 0{,}5}{1000} = 0{,}45(\text{м}).$$

5.3. Полый цилиндрический поплавок, изготовленный из стали толщиной t = 1мм плавает на поверхности воды. Определить глубину погружения поплавка, если его диаметр 20 см, а высота H = 10 см. Плотность стали 7800 кг/м^3, плотность воздуха 1,293 кг/м^3.

Решение.

Объем стали поплавка

$$V_{ст} = \pi dHt + 2\frac{\pi d^2}{4}t = \pi dt\left(H + \frac{d}{2}\right) = 3{,}14 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}001(0{,}1 + 0{,}1) = 0{,}000126(м^3)$$

Вес стали

$$G_{ст} = \rho_{ст} g V_{ст} = 7800 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}000126 = 9{,}64(Н).$$

Объем воздуха в поплавке

$$V_{возд} = \frac{\pi(d - 2t)^2}{4}(H - 2t) = \frac{3{,}14(0{,}2 - 0{,}002)^2}{4}(0{,}1 - 0{,}002) = 0{,}003(м^3).$$

Вес воздуха в поплавке

$$G_{возд} = \rho_{возд} g V_{возд} = 1{,}293 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}003 = 0{,}038(Н).$$

Вес поплавка

$$G_{попл.} = G_{ст} + G_{возд} = 9{,}64 + 0{,}038 = 9{,}678(Н).$$

Условие плавания поплавка $G_{попл} = P_{арх}$

Архимедова сила

$$P_{арх} = \rho_в g V_{вод} = \rho_в g \frac{\pi d^2}{4} h = G_{попл}$$

Глубина погружения поплавка

$$h = \frac{4G_{попл}}{\rho_в g \pi d^2} = \frac{4 \cdot 9{,}678}{1000 \cdot 9{,}81 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}2^2} = 0{,}031(м) = 3{,}1(см).$$

5.4. Определить архимедову силу, действующую на цилиндрическое тело, погруженное в молоко (ρ = 1030 кг/м^3), если диаметр основания тела 20 см, высота 10 см.

5.5. Определить на какую глубину погрузится в воду плавающий в ней сосновый брусок (ρ = 450 кг/м^3), если его высота 20 см.

6. Основные уравнения гидродинамики

Уравнение неразрывности потока (материальный баланс потока)

$$V_1 = V_2 = V_3 = \ldots V_n = const$$

или

$$V = const \text{ (вдоль потока).} \tag{6.1}$$

«Если несжимаемая жидкость движется без разрывов, то при установившемся движении объемный расход для всех живых сечений потока постоянен».

Уравнение (6.1) называют уравнением постоянства расхода или уравнением неразрывности потока. Его можно записать в следующем виде

$$Fv_{ср} = const \text{ (вдоль потока)} \tag{6.2}$$

Уравнение (6.2) – первое основное уравнение гидродинамики. Оно читается так: «При установившемся движении несжимаемой жидкости произведение площади живого сечения F на среднюю скорость $v_{ср}$ есть величина постоянная». Иначе

$$F_1 \cdot v_{ср1} = F_2 \cdot v_{ср2} \text{ или } \frac{v_{ср1}}{v_{ср2}} = \frac{F_2}{F_1}. \tag{6.3}$$

«Средние скорости обратно пропорциональны площадям соответствующих живых сечений потока».

Уравнение энергетического баланса имеет вид

$$gz_1 + \frac{p_1}{\rho} + \frac{v_1^2}{2} = gz_2 + \frac{p_2}{\rho} + \frac{v_2^2}{2}$$

или

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} \tag{6.4}$$

Уравнение (6.4) выражает энергетический баланс движущейся идеальной жидкости и называется уравнением Бернулли. В уравнении (4) первый член z выражает удельную потенциальную энергию положения жидкости, имеет размерность длины и называется геометрическим напором. Второй член $p/\rho g$ выражает удельную потенциальную энергию давления жидкости и также имеет размерность длины. Энергия давления может быть измерена при помощи вертикальной пьезометрической трубки. Под действием давления жидкость поднимается в трубке на высоту $h = p/\rho g$, которая называется **пьезометрическим** (или статическим) напором. Третий член уравнения $v^2/2g$ выражает удельную кинетическую энергию движущейся жидкости. Этот член называется скоростным или динамическим напором и также имеет размерность длины.

Скоростной напор равен высоте, на которую может подняться струя жидкости, вытекающей вертикально вверх с начальной скоростью v.

Таким образом, согласно уравнению Бернулли: «При движении идеальной жидкости сумма геометрического, пьезометрического и скоростного напоров во всех сечениях потока является постоянной величиной»

Рассмотрим уравнение Бернулли для реальной (вязкой) жидкости

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + \frac{u_2 - u_1}{g}, \tag{6.5}$$

где $(u_2 - u_1)/g = h_п$ – потерянный напор, имеющий размерность длины.
Или

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + h_п$$

Реальная жидкость движется с трением. В этом случае при переходе жидкости от сечения 1 – 1 к сечению 2 – 2 часть удельной энергии будет расходоваться на преодоление трения и других сопротивлений. Потерянная при этом энергия превращается в теплоту, вследствие чего увеличивается внутренняя энергия жидкости (при отсутствии теплообмена с окружающей средой).

Для реальной жидкости уравнение Бернулли читается так «При установившемся движении реальной жидкости сумма геометрического, пьезометрического, скоростного и потерянного напоров в каждой точке любого сечения потока является постоянной величиной»

Все напоры имеют размерность длины, поэтому уравнение Бернулли для на наглядности можно представить графически.

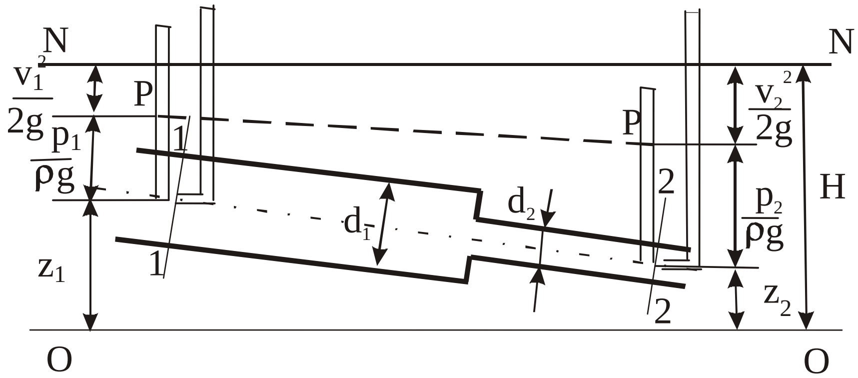


Рис. 14 - Графическое изображение уравнения Бернулли
для идеальной жидкости

Все напоры изображаются вертикальными отрезками, а их сумма – вертикалью, проведенной из произвольно выбранной плоскости сравнения O – O (нулевой уровень) до общей горизонтальной плоскости N – N (для идеальной жидкости).

Если в рассматриваемых сечениях поместить открытые изогнутые стеклянные трубки, один конец которых направлен по оси потока навстречу течению (трубки Пито), то высота подъема жидкости в трубках будет соответствовать сумме пьезометрического и скоростного напоров.

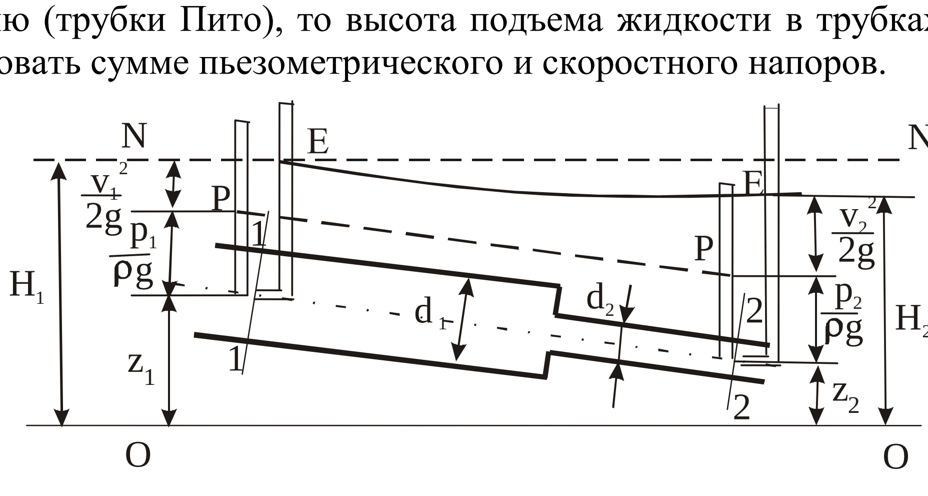


Рис. 15 - Графическое изображение уравнения Бернулли
для реальной жидкости

Для реальной жидкости отрезок $h_п$ будет характеризовать величину потерянного напора при ее движении от сечения 1 – 1 до сечения 2 – 2.

Сумма геометрического, пьезометрического и скоростного напоров называется **гидродинамическим напором**. Если соединить уровни жидкости в трубках Пито, то получим нисходящую Е – Е (для реальной жидкости), которая называется линией гидродинамического напора или линией падения напора (напорная линия, линия удельной энергии).

Из рис. 15 видно, что гидродинамический напор реальной жидкости уменьшается в направлении ее движения на величину напора, потерянного между начальным и конечным сечениями потока. Падение соответствующего напора на единицу длины называется соответственно гидравлическим или пьезометрическим уклоном.

Пользуясь уравнением Бернулли определяют скорость и расход жидкости, т. е. пропускную способность аппаратов и трубопроводов. При помощи этого уравнения можно рассчитать также время истечения жидкости и ее полный напор.

Условия применения уравнения Бернулли:

1. Уравнение Бернулли составляют для двух живых, т.е. нормальных к направлению скорости, сечений потока относительно произвольной горизонтальной плоскости сравнения. При этом живые сечения должны располагаться на прямолинейных участках потока. Номеровать расчетные сечения следует так, чтобы жидкость двигалась от сечения 1 – 1 к сечению 2 – 2.

2. Одно из сечений рекомендуется брать там, где известны либо p, либо v, либо z, а другое там, где требуется определить значение одной из этих величин.

3. Горизонтальную плоскость сравнения удобнее выбирать так, чтобы исключить одно из z.

4. Следует учитывать все потери напора на трение на рассматриваемом участке потока 1 – 2.

Примеры решения задач

6.1. Жидкость движется по трубопроводу, состоящему из двух участков труб разного диаметра. На первом участке трубы диаметром 100 мм, скорость течения 50 см/с, на втором участке скорость течения 20 см/с. Каков диаметр трубы на втором участке?

Решение.

Согласно уравнению неразрывности

$$F_1 \cdot v_{ср1} = F_2 \cdot v_{ср2}.$$

Откуда получим

$$F_2 = \frac{F_1 v_{cp1}}{v_{cp2}}.$$

$$F_1 = \frac{\pi d_1^2}{4} = \frac{3{,}14 \cdot 0{,}1^2}{4} = 0{,}00785\ (\text{м}^2);$$

$$F_2 = \frac{0{,}00785 \cdot 0{,}5}{0{,}2} = 0{,}0196\ (\text{м}^2);$$

$$F_2 = \frac{\pi d_2^2}{4} \Rightarrow d_2 = \sqrt{\frac{4F_2}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 0{,}0196}{3{,}14}} = 0{,}16\ (\text{м}).$$

6.2. Определить расход молока, протекающего по трубопроводу диаметром 50 мм со скоростью 40 см/с.

Решение

Расход молока, согласно уравнению неразрывности равен

$$V = F v_{cp} = \frac{\pi d^2}{4} v_{cp} = \frac{3{,}14 \cdot 0{,}05^2}{4} 0{,}4 = 0{,}000785\ (\text{м}^3/\text{с}) = 0{,}8\ (\text{л}/\text{с}).$$

6.3. По трубопроводу, состоящему из двух участков труб диаметром 150 мм и 250 мм, протекает жидкость с расходом 20 л/с. Определить скорости течения жидкости на участках трубопровода.

Решение

Скорость течения на первом участке

$$v_{cp1} = \frac{V}{F_1} = \frac{4V}{\pi d_1^2} = \frac{4 \cdot 0{,}02}{3{,}14 \cdot 0{,}15^2} = 1{,}13\ (\text{м}/\text{с}).$$

Скорость течения на втором участке

$$v_{cp2} = \frac{V}{F_2} = \frac{4V}{\pi d_2^2} = \frac{4 \cdot 0{,}02}{3{,}14 \cdot 0{,}25^2} = 0{,}41\ (\text{м}/\text{с}).$$

6.4. Пренебрегая потерями напора, определить расход воды с помощью водомера Вентури при следующих данных: разность показаний пьезометров h = 25 см, диаметр трубопровода d_1 = 200 мм, диаметр горловины водомера d_2 = 100 мм.

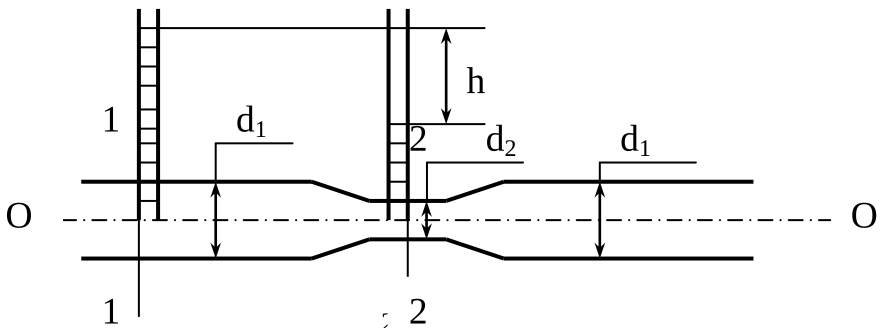


Рис. 16 – К зад. 6.4

Решение

Составляем уравнение Бернулли для двух живых сечений 1 - 1 и 2 - 2 относительно произвольной горизонтальной плоскости сравнения 0 - 0 (проведена по оси трубопровода)

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + h_п;$$

В соответствии с условием задачи имеем $h_п = 0$, т.к. плоскость сравнения проходит по оси трубы $z_1 = z_2 = 0$, тогда

$$\frac{p_1 - p_2}{\rho g} = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g}$$

$$\text{или } h = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g}.$$

В данном уравнении две неизвестные величины v_1 и v_2. Для исключения одной из них применяем уравнение неразрывности, из которого следует $v_1 F_1 = v_2 F_2$ и $v_1 = v_2 F_2/F_1$. Тогда

$$h = \frac{v_2^2}{2g} - \frac{v_2^2}{2g}\left(\frac{F_2}{F_1}\right) = \frac{v_2^2}{2g}\left[1 - \left(\frac{F_2}{F_1}\right)^2\right] = \frac{v_2^2}{2g}\left[1 - \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^4\right].$$

Определяем среднюю скорость в сечении 2 - 2:

$$v_2 = \frac{1}{\sqrt{1 - (d_2/d_1)^4}}\sqrt{2gh}.$$

В соответствии с уравнением неразрывности получим

$$V = v_2 F_2 = \frac{\pi d_2^2}{4\sqrt{1 - (d_2/d_1)^4}}\sqrt{2gh} = A\sqrt{h},$$

A - постоянная водомера.

Вычисляем расход

$$V = \frac{3{,}14 \cdot 0{,}1^2}{4\sqrt{1 - (0{,}1/0{,}2)^4}}\sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}25} = 0{,}018\ (м^3/с) = 18\ (л/с).$$

7. Режимы движения жидкости. Гидравлические сопротивления.

При течении жидкости характер ее движения (режим) может быть двух типов – **ламинарный** и **турбулентный**.

Ламинарный режим наблюдается при малых скоростях или значительной вязкости жидкости. Жидкость движется параллельными струйками, которые не смешиваются друг с другом. Струйки движутся с различными скоростями, но скорость каждой струйки постоянна и направлена вдоль оси потока.

При турбулентном режиме частицы жидкости движутся с большими скоростями в различных направлениях по пересекающимся траекториям. В потоке возникают пульсации скорости, давления и других параметров (т. е. быстрые изменения во времени по величине и направлению).

Режим движения определяется безразмерным комплексом Re, который в настоящее время называется в гидравлике критерием (числом) Рейнольдса

$$\mathrm{Re} = \frac{vd\rho}{\mu} = \frac{vd}{\nu}.$$

где v - средняя скорость течения жидкости в трубе; d - диаметр трубы, по которой течет жидкость; ρ - плотность жидкости; μ - динамическая вязкость жидкости; $\nu = \mu/\rho$ - кинематическая вязкость.

Комплекс (критерий, число) Re является очень важной динамической характеристикой движения вязкой жидкости. Критерий Рейнольдса – величина безразмерная

$$[\mathrm{Re}] = \left[\frac{\text{м}/\text{с}\cdot\text{м}}{\text{м}^2/\text{с}}\right].$$

Переход от турбулентного режима к ламинарному происходит при строго определенном значении числа Рейнольдса, которое называют критическим числом Рейнольдса, причем

$$\mathrm{Re}_{\text{кр}} = \frac{v_{\text{кр}}d}{\nu} = 2320.$$

При $\mathrm{Re} < \mathrm{Re}_{\text{кр}}$ режим течения ламинарный, при $\mathrm{Re} > \mathrm{Re}_{\text{кр}}$ – турбулентный.

Под термином «гидравлические сопротивления» понимают силы трения, возникающие в реальной жидкости при ее движении. На преодоление гидравлических сопротивлений поток жидкости расходует часть удельной энергии, которую называют гидравлическими потерями напора. Гидравлические потери существенно зависят от режима движения жидкости.

Гидравлические потери напора делятся на **потери на трение по длине** и **местные потери.** Потери напора по длине вычисляют по формуле Вейсбаха-Дарси

$$h_l = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}.$$

где λ - коэффициент гидравлического трения (коэффициент Дарси), зависящий от режима движения потока и шероховатости стенок трубопровода; l -

длина трубопровода; d - диаметр трубопровода; v - средняя скорость течения жидкости.

При ламинарном режиме коэффициент Дарси λ зависит только от числа Рейнольдса и определяется по формуле

$$\lambda = \frac{64}{\mathrm{Re}}.$$

При турбулентном режиме движения наблюдается три области гидравлического сопротивления:

1 - область гидравлически гладких труб (стенок, русел);

2 - переходная область сопротивления;

3 - область шероховатых труб (стенок, русел), или квадратичная область сопротивления.

Закон изменения коэффициента Дарси λ в каждой из этих областей различный.

Рассмотрим наиболее распространенные формулы для определения коэффициента λ.

1). В области гидравлически гладких труб, которая возникает при $\mathrm{Re}_{кр}<\mathrm{Re}<10d/\Delta_{экв}$ (при этом $\delta > \Delta_{экв}$), величина λ может быть определена по формуле Блазиуса

$$\lambda = \frac{0{,}3164}{\mathrm{Re}^{0{,}25}}$$

или по формуле Конакова

$$\lambda = \frac{1}{(1{,}8\lg \mathrm{Re} - 1{,}5)^2}.$$

2). В переходной области сопротивления, которая возникает при $10d/\Delta_{экв}< \mathrm{Re}<500d/\Delta_{экв}$ ($\delta \approx \Delta_{экв}$), коэффициент λ рекомендуется вычислять по формуле А. Д. Альтшуля

$$\lambda = 0{,}11\left(\frac{\Delta_{экв}}{d} + \frac{68}{\mathrm{Re}}\right)^{0{,}25}.$$

3). В области шероховатых труб, при $\mathrm{Re} > 500d/\Delta_{экв}$, λ можно вычислить по формуле Б. Л. Шифринсона

$$\lambda = 0{,}11\left(\frac{\Delta_{экв.}}{d}\right)^{0{,}25}.$$

Существуют и другие формулы для определения коэффициента λ при движении в трубах, изготовленных из различных материалов (стекло, пластмасса, бетон и т. д.). Они приводятся в справочниках. Кроме того, λ можно определить по таблицам и графикам, которые также приведены в справочниках.

Потери напора на преодоление местных сопротивлений определяют по формуле Вейсбаха

$$h_м = \zeta_м \frac{v^2}{2g},$$

где $\zeta_м$ – коэффициент местного гидравлического сопротивления.

Коэффициент $\zeta_м$ зависит от формы местного сопротивления и иногда от числа Re и определяется опытным путем. Значения $\zeta_м$ для различных видов местных сопротивлений приводятся в справочниках по гидравлике.

Примеры решения задач

7.1. Определить потери напора при подаче воды со скоростью 10 см/с через трубу диаметром d = 2,5 см и длиной l = 25 м при температуре воды t = 15°C (ν = 0,0114 см^2/с)

Решение

Вычисляем число Рейнольдса

$$Re = \frac{vd}{\nu} = \frac{0{,}1 \cdot 0{,}025}{1{,}14 \cdot 10^{-6}} = 2193.$$

Так как Re < $Re_{кр}$ = 2320, то режим движения жидкости ламинарный и поэтому

$$\lambda = \frac{64}{Re} = \frac{64}{2193} = 0{,}029.$$

Потери напора в трубе, равные потерям напора по длине, определяем по формуле Вейсбаха - Дарси

$$h_l = \lambda \frac{l}{d}\frac{v^2}{2g} = 0{,}029 \frac{25}{0{,}025}\frac{0{,}1^2}{2 \cdot 9{,}81} = 0{,}015\ (м) = 1{,}5\ (см).$$

7.2. Определить потери напора воды в трубе длиной l = 1200 м при расходе V = 50 л/с, если трубы имеют диаметр d = 250 мм и абсолютную шероховатость Δ = 0,5 мм. Температура воды 15 °C (ν = 0,0114 см^2/с)

Решение

Вычисляем среднюю скорость движения воды в трубопроводе

$$v = \frac{4V}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 0{,}05}{3{,}14 \cdot 0{,}25^2} = 1{,}02\ (м/с).$$

Находим число Рейнольдса

$$Re = \frac{vd}{\nu} = \frac{1{,}02 \cdot 0{,}25}{1{,}14 \cdot 10^{-6}} = 223684{,}2.$$

Имеем Re > $Re_{кр}$ = 2320, следовательно, режим движения турбулентный. Для определения области сопротивления вычислим

$$10\frac{d}{\Delta}=10\frac{250}{0,5}=5000;$$

$$500\frac{d}{\Delta}=500\frac{250}{0,5}=250000.$$

Так как имеем $10d/\Delta<Re<500d/\Delta$, то область сопротивления переходная. Вычисляем коэффициент Дарси по формуле А. Д. Альтшуля

$$\lambda=0{,}11(68/Re+\Delta/d)^{0,25}=0{,}11(68/223684{,}2+0{,}5/250)^{0,25}=0{,}024.$$

Тогда потери напора на трение в трубе

$$h_l=\lambda\frac{l}{d}\frac{v^2}{2g}=0{,}024\frac{1200}{0{,}25}\frac{1{,}02^2}{2\cdot 9{,}81}=6{,}11\,(м).$$

7.3. Определить расход воды V, протекающей по горизонтальному трубопроводу, при следующих исходных данных: напор H = 4 м, длина трубопровода l = 52 м, диаметр трубопровода d = 100 мм, абсолютная шероховатость стенок трубопровода Δ = 1 мм, температура воды t = 20 °С. Угол открытия пробкового крана 20°. Построить напорную и пьезометрическую линии.

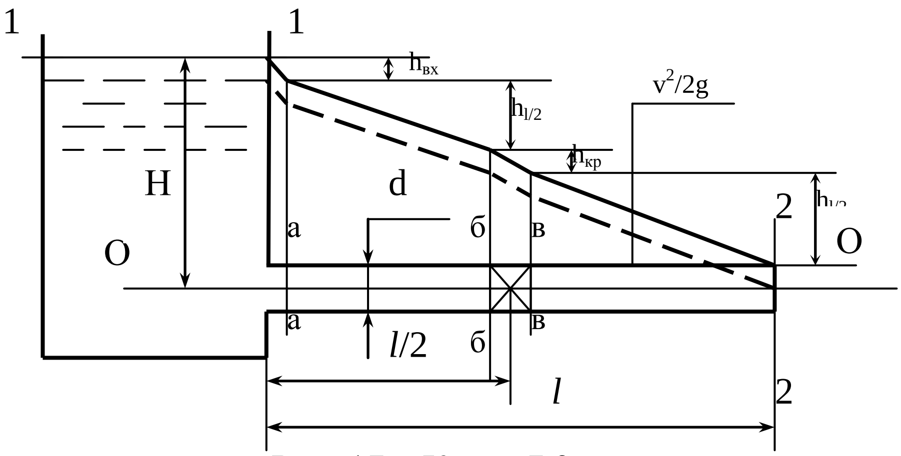


Рис. 17 – К зад. 7.3

Решение.

Составляем уравнение Бернулли для живых сечений 1 - 1 и 2 - 2 относительно горизонтальной плоскости сравнения О - О. Имеем

$$z_1+\frac{p_1}{\rho g}+\frac{v_1^2}{2g}=z_2+\frac{p_2}{\rho g}+\frac{v_2^2}{2g}+\sum h_п.$$

В данном случае z_1 = H; z_2 = 0; $p_1 = p_2 = p_{ат}$; v_1 = 0; v_2 = v. Тогда

$$H = v^2/2g + \sum h_п.$$

Имеем

$$\sum h_п = h_l + \sum h_м = h_l + h_{вх} + h_{кр};$$

$$H = v^2/2g + \lambda \frac{l}{d}\frac{v^2}{2g} + \zeta_{вх}\frac{v^2}{2g} + \zeta_{кр}\frac{v^2}{2g} = (v^2/2g)(1 + \lambda l/d + \zeta_{вх} + \zeta_{кр}).$$

Откуда находим скорость течения воды в трубопроводе

$$v = \frac{1}{\sqrt{1 + \lambda l/d + \zeta_{вх} + \zeta_{кр}}}\sqrt{2gH}$$

и расход

$$V = Fv = \frac{\pi d^2}{4}\frac{1}{\sqrt{1 + \lambda l/d + \zeta_{вх} + \zeta_{кр}}}\sqrt{2gH}\,.$$

Для определения λ в первом приближении допускаем, что режим движения турбулентный, а область сопротивления квадратичная. Тогда

$$\lambda = 0{,}11\left(\frac{\Delta_{экв.}}{d}\right)^{0,25} = 0{,}11\left(\frac{1}{100}\right)^{0,25} = 0{,}035.$$

При принятом допущении получим

$$V = \frac{3{,}14 \cdot 0{,}1^2}{4}\frac{1}{\sqrt{1 + 0{,}035\frac{52}{0{,}1} + 0{,}5 + 1{,}56}}\sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 4} = 0{,}015\ (м^3/с).$$

При этом имеем

$$v = \frac{V}{F} = \frac{4V}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 0{,}015}{3{,}14 \cdot 0{,}1^2} = 1{,}91\ (м/с);$$

$$Re = \frac{1{,}91 \cdot 0{,}1}{1{,}01 \cdot 10^{-6}} = 189191;\ 500\frac{d}{\Delta} = 500\frac{100}{1} = 50000.$$

Так как $Re > 500d/\Delta$, то принятое допущение о турбулентном режиме и квадратичной области сопротивления подтверждается, и расход V вычислен правильно.

Для построения линии удельной энергии (напорной линии) вычисляем все потери напора

$$h_{вх} = \varsigma_{вх}\frac{v^2}{2g} = 0{,}5\frac{1{,}91^2}{2 \cdot 9{,}81} = 0{,}093(м);$$

$$h_{кр} = \varsigma_{кр}\frac{v^2}{2g} = 1{,}56\frac{1{,}91^2}{2 \cdot 9{,}81} = 0{,}29(м);$$

$$h_l = \lambda \frac{l}{d}\frac{v^2}{2g} = 0{,}035\frac{52}{0{,}1}\frac{1{,}91^2}{2 \cdot 9{,}81} = 3{,}38(м).$$

Напор в сечении 1 - 1 H = 4 (м);

в сечении а - а $H_{а-а} = H - h_{вх} = 4 - 0,093 = 3,907$ (м);
в сечении б-б $H_{б-б} = H - h_{вх} - h_l/2 = 3,907 - 1,69 = 2,217$ (м);
в сечении в-в $H_{в-в} = H - h_{вх} - h_l/2 - h_{кр} = 2,217 - 0,29 = 1,927$ (м);
в сечении 2-2 $H_{2-2} = H - h_{вх} - h_l/2 - h_{кр} - h_l/2 = 1,927 - 1,69 = 0,237$(м)

Пьезометрическая линия пройдет параллельно напорной ниже на величину $v^2/2g = 1,91^2/2 \cdot 9,81 = 0,186$ (м).

7.4. Определить напор, необходимый для пропуска расхода V = 20 л/с через трубопровод, показанный на рисунке. Диаметр трубопровода d = 200 мм, длины участков – $l_1 = 50$ м, $l_2 = 100$ м, $l_3 = 20$ м. Коэффициент $\lambda = 0,025$, коэффициенты сопротивлений: крана - $\zeta_{кр} = 1,56$; колена - $\zeta_{кол} = 1,19$.

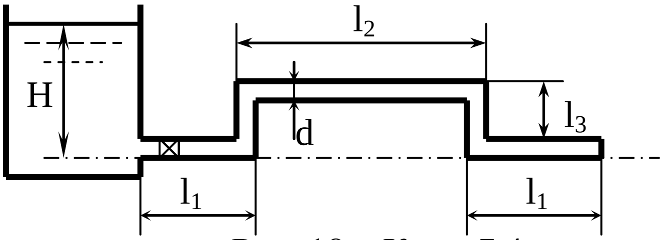


Рис. 18 – К зад 7.4

7.5. Определить расход через систему труб при напоре H = 10 м, если $d_1 = 200$ мм, $d_2 = 150$ мм, $l_1 = 50$ м, $l_2 = 85$ м, $\lambda_1 = 0,025$, $\lambda_2 = 0,030$.

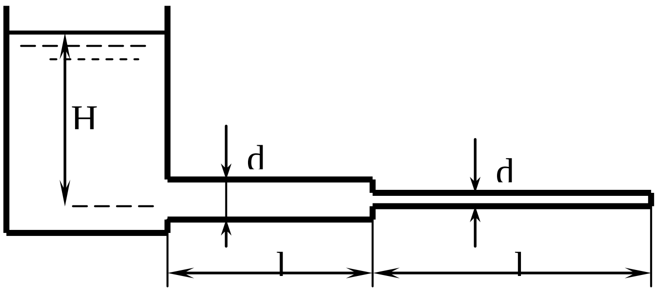


Рис. 19 – К зад. 7.5

7.6. Для трубопровода, показанного на рисунке, определить напор, необходимый для пропуска расхода 35 л/с, если $d_1 = 150$ мм, $d_2 = 250$ мм, $l_1 = 80$ м, $l_2 = 100$ м, $\lambda_1 = 0,03$, $\lambda_2 = 0,023$. Построить напорную и пьезометрическую линии.

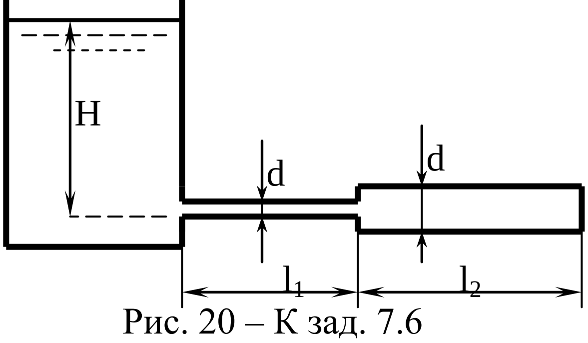


Рис. 20 – К зад. 7.6

7.7. Определить расход жидкости через трубопровод, показанный на рисунке, если суммарная длина его участков l = 100 м, диаметр d = 15 см, напор H = 5 м. Коэффициент сопротивления крана $\zeta_{кр} = 5,47$ ($\alpha = 30°$), колена $\zeta_{кол} = 1,19$

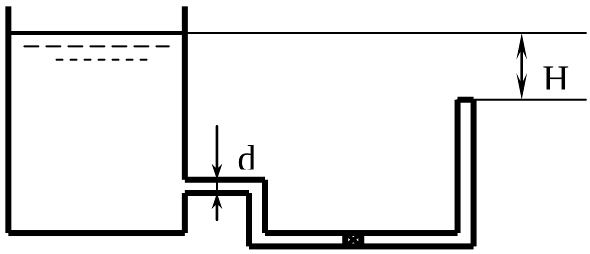


Рис. 21 – К зад. 7.7

7.8. Определить напор, необходимый для пропуска расхода V = 10 л/с через трубопровод, показанный на рисунке. Диаметр трубопровода d = 100 мм, длины участков – l_1 = 40 м, l_2 = 80 м, l_3 = 20 м. Коэффициент λ = 0,025, коэффициенты сопротивлений: крана - $\zeta_{кр}$ = 1,56; колена - $\zeta_{кол}$ = 1,19.

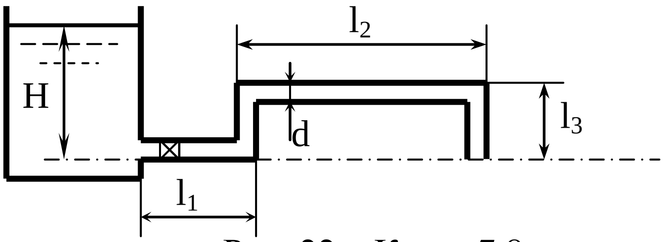


Рис. 22 – К зад. 7.8

7.9. Определить напор H, который надо поддерживать в резервуаре, чтобы расход воды, пропускаемый по горизонтальному трубопроводу с d = 150 мм, равнялся V = 35 л/с. Угол открытия крана α = 30°, длина трубы l = 50 м. Коэффициент Дарси λ = 0,023.

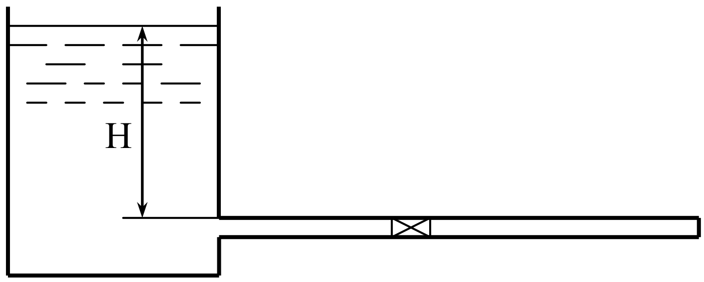


Рис. 23 – К зад. 7.9

8. Движение жидкости в напорных трубопроводах

Трубопроводы разделяют на простые и сложные. Простыми называют трубопроводы без ответвлений, состоящие из труб одного диаметра. Сложные трубопроводы состоят из основной магистральной трубы и ряда отходящих от нее ответвлений. Сложные трубопроводы бывают с последовательным и параллельным соединением труб, а также кольцевые.

Общие потери давления (напора) в трубопроводах складываются из потерь по длине и местных потерь. В зависимости от преобладающего вида потерь напора трубопроводы делят на короткие и длинные.

К **коротким** относятся трубопроводы небольшой длины, в которых местные потери давления (напора) составляют более 5…10 % от потерь по длине.

К **длинным** трубопроводам относят трубопроводы большой длины, в которых местные потери давления (напора) малы по сравнению с потерями по длине (< 5 %) и ими можно пренебречь, т. е.

$$h_w = h_l.$$

Формула Шези является расчетной формулой гидравлически длинного простого трубопровода. По ней определяется средняя скорость при равномерном течении жидкости

$$v = C\sqrt{RI},$$

где v – средняя скорость; C – коэффициент Шези; R – гидравлический радиус; $I = h_w/l$ – гидравлический уклон.

Коэффициент Шези равен $C = \sqrt{8g/\lambda}$. Для практических расчетов C используются эмпирические формулы и таблицы, приводимые в справочной литературе.

Расход определяют по формуле

$$V = FC\sqrt{RI}.$$

Величина $FC\sqrt{R} = K$ представляет величину расхода жидкости в трубопроводе при гидравлическом уклоне I = 1 и называется расходной характеристикой или модулем расхода. Тогда

$$V = K\sqrt{I} = K\sqrt{\frac{H}{l}}.$$

Значения расходных характеристик в зависимости от материала труб, условий эксплуатации и их диаметра приводятся в справочниках по гидравлике.

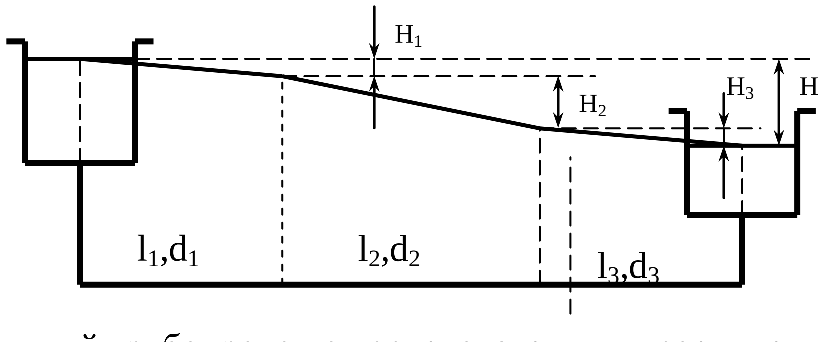


Рис. 24 – Длинный трубопровод с последовательным соединением труб

При последовательном соединении труб разного диаметра каждый участок имеет длину l_i и диаметр d_i. При этом весь напор H будет затрачен на преодоление сопротивлений по длине. На каждом участке с d_i = const будет потеряна некоторая часть H_i полного напора H, равная

$$H_i = \frac{V^2}{K_i^2} l_i.$$

Полная потеря напора в трубопроводе будет равна сумме потерь напора на отдельных участках

$$H = H_1 + H_2 + H_3 + ... + H_n = \sum_{i=1}^{n} H_i .$$

или, подставляя H_i, получим

$$H = \frac{V^2}{K_1^2} l_1 + \frac{V^2}{K_2^2} l_2 + \frac{V^2}{K_3^2} l_3 + ... + \frac{V^2}{K_n^2} l_n = V^2 \sum_{i=1}^{n} \frac{l_i}{K_i^2}.$$

Если необходимо определить расход V при заданном H, то

$$V = \sqrt{\frac{H}{\sum_{i=1}^{n} \frac{l_i}{K_i^2}}} .$$

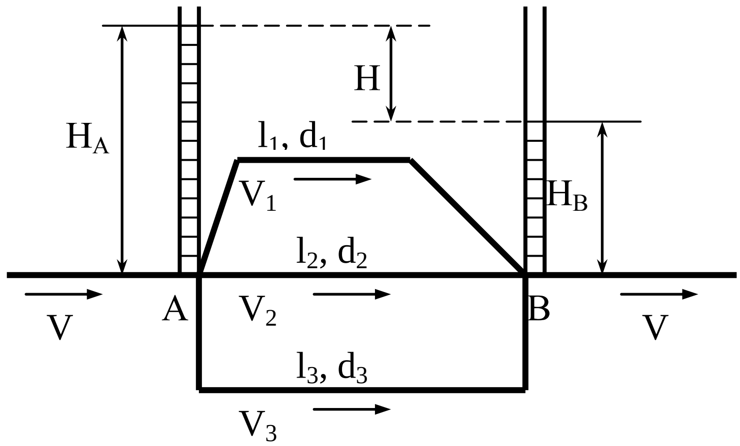


Рис. 25 – Длинный трубопровод с параллельным соединением труб

Рассмотрим параллельное соединение труб. Длина l_i и диаметр d_i каждой ветви заданы. В узел A поступает расход V и разделяется на n в общем случае неравных частей V_1, V_2, V_3, ..., V_n.

Обозначим напор в узле A через H_A, а в узле B, где все ветви соединяются через $H_в$. Тогда, потери напора в каждой из линий будут одинаковы и равны разности напоров в узлах A и B. Обозначим эти потери через H. Тогда

$$H = H_1 = H_2 = H_3 = ... = H_n = H_A - H_B .$$

Расход через любую из этих линий может быть записан в виде

$$V_i = K_i \sqrt{\frac{H}{l_i}} .$$

С другой стороны, сумма расходов во всех параллельных трубопроводах равна расходу до разветвления, то есть

$$V_1 + V_2 + V_3 + ... + V_n = \sum_{i=1}^{n} V_i = V.$$

Тогда

$$V = \sum_{i=1}^{n} V_i = K_1\sqrt{\frac{H}{l_1}} + K_2\sqrt{\frac{H}{l_2}} + K_3\sqrt{\frac{H}{l_3}} + ... + K_n\sqrt{\frac{H}{l_n}} = \sqrt{H}\sum_{i=1}^{n}\frac{K_i}{\sqrt{l_i}}.$$

Или

$$H = \frac{V^2}{\left(\sum_{i=1}^{n}\frac{K_i}{\sqrt{l_i}}\right)^2}.$$

Из этой зависимости при заданных: общем расходе V, диаметрах d_i и длинах ветвей l_i можно найти напор H, а затем расходы V_i в каждой из вет вей.

Примеры решения задач

8.1. Определить расход через трубопровод при следующих данных H = 6 м, l = 1225 м, d = 200 мм, трубы нормальные.

Решение.

Находим по табл. 5.1 приложения (Д. В. Штеренлихт и др. Гидравлические расчеты) для нормальных труб диаметром d =200 мм значение К = 340,8 л/с.

Определяем расход по зависимости

$$V = K\sqrt{I} = K\sqrt{\frac{H}{l}} = 340{,}8\sqrt{\frac{6}{1225}} = 23{,}85\ (л/с).$$

8.2. Определить напор, необходимый для пропуска расхода V = 60 л/с через трубопровод, состоящий из трех участков размерами l_1 = 300 м, d_1 = 250 мм, l_2 = 350 м, d_2 = 150 мм, l_3 = 380 м, d_3 = 200 мм. Трубы нормальные (бывшие в эксплуатации).

Решение.

По табл. 5.1 приложения (Д. В. Штеренлихт и др. Гидравлические расчеты) для нормальных труб определяем расходные характеристики

При d_1 = 250 мм K_1 = 616,4 л/с. При d_2 = 150 мм K_2 =158,4 л/с. При d_3 = 200 мм K_3 = 340,8 л/с.

Вычисляем напор

$$H = V^2\sum_{i=1}^{n}\frac{l_i}{K_i^2} = 0{,}06^2\left(\frac{300}{0{,}6164^2} + \frac{350}{0{,}1584^2} + \frac{380}{0{,}3408^2}\right) = 64{,}84\ (м).$$

8.3. Расход V = 68 л/с протекает по трубопроводу из трех параллельно соединенных труб. Найти расходы по отдельным линиям и потерю напора H между отдельными узловыми точками, если l_1 = 600 м, d_1 = 150 мм, l_2 = 420 м, d_2 = 150 мм, l_3 = 980 м, d_3 = 200 мм. Трубы нормальные.

Решение.

По табл. 5.1 приложения (Д. В. Штеренлихт и др. Гидравлические расчеты) для нормальных труб определяем расходные характеристики: при d_1 = d_2 = 150 мм K_1 = K_2 =158,4 л/с, при d_3 = 200 мм K_3 = 340,8 л/с.
Определяем потерю напора между узловыми точками

$$H = \frac{V^2}{\left(\sum\limits_{i=1}^{n} \frac{K_i}{\sqrt{l_i}}\right)^2} = \frac{0{,}068^2}{\left(\frac{0{,}1584}{\sqrt{600}} + \frac{0{,}1584}{\sqrt{420}} + \frac{0{,}3408}{\sqrt{980}}\right)^2} = 7{,}35\,(\text{м}).$$

Определяем расходы по каждой линии

$$V_1 = K_1\sqrt{\frac{H}{l_1}} = 158{,}4\sqrt{\frac{7{,}35}{600}} = 17{,}53\,(\text{м});$$

$$V_2 = K_2\sqrt{\frac{H}{l_2}} = 158{,}4\sqrt{\frac{7{,}35}{420}} = 20{,}95\,(\text{м});$$

$$V_3 = K_3\sqrt{\frac{H}{l_3}} = 340{,}8\sqrt{\frac{7{,}35}{980}} = 29{,}51\,(\text{м}).$$

9. Истечение жидкости из отверстий и насадков

Вытекая из малого отверстия в тонкой стенке, струя испытывает сжатие поперечного сечения. Наибольшее сжатие происходит на расстоянии 0,5d от внутренней кромки отверстия диаметром d. Отношение площади сжатого сечения к площади отверстия называется **коэффициентом сжатия струи ε**:

$$\varepsilon = \frac{F_{сж}}{F}. \tag{9.1}$$

Скорость истечения реальной жидкости из отверстия равна

$$v = \varphi\sqrt{2gH}, \tag{9.2}$$

где $\varphi = \dfrac{1}{\sqrt{1+\zeta_{вх}}}$ - коэффициент скорости; H - напор над центром отверстия.

Коэффициент φ представляет отношение действительной скорости истечения к теоретической и определяется опытным путем

$$\varphi = \frac{v_{д.}}{v_{т.}}.$$

Если давление на поверхности жидкости в резервуаре и на выходе струи неодинаковы, т. е. $p_1 \neq p_2$, то

$$v = \varphi\sqrt{2g\left(H + \frac{p_1 - p_2}{\rho g}\right)}.$$

Уравнение расхода через отверстие

$$V = \mu F\sqrt{2gH} \qquad (9.3)$$

где $\mu = \varepsilon\varphi$ - коэффициент расхода**.**

Если свободная поверхность (в сечении I – I) движется со скоростью $v_1 \neq 0$, то формулы (9.2) и (9.3) будут иметь вид

$$v = \varphi\sqrt{2gH_0}; \;\; V = \mu F\sqrt{2gH_0},$$

где $H_0 = H + \frac{v_1^2}{2g}$ - напор с учетом скорости подхода.

Если истечение происходит под уровень, то формулы (9.2) и (9.3) имеют вид

$$v = \varphi\sqrt{2gZ}; \;\; V = \mu F\sqrt{2gZ},$$

где Z - разность уровней перед отверстием и за ним.

Коэффициент сжатия при истечении воды из малого круглого отверстия ε = 0,63...0,64. Коэффициент скорости для круглого отверстия в случае истечения воды φ = 0,97. Значение коэффициента μ колеблется в пределах 0,59…0,63.

Насадком называют короткую трубку длиной $l_{нас}$ =(3…5)$d_{отв}$, присоединенную к отверстию в тонкой стенке. По форме насадки бывают: внешние цилиндрические (I), внутренние цилиндрические (II), конически сходящиеся (III), конически расходящиеся (IV), коноидальные (V).

Скорость истечения и расход через насадок определяются по формулам (2), (3), в которых коэффициенты φ, μ принимаются в зависимости от формы насадка. Коэффициент расхода насадка значительно больше коэффициента расхода отверстия вследствие вакуума, образующегося в области сжатого сечения при входе струи в насадок. Например, для внешнего цилиндрического насадка $\mu = \varphi$ = 0,82.

Примеры решения задач

9.1. Из открытого резервуара через круглое отверстие диаметром d = 4,5 см в его стенке требуется пропустить расход воды V = 6 л/с. Определить: а) какой напор H обеспечит заданный расход; б) как изменится расход, если к отверстию присоединить внешний цилиндрический насадок диаметром d = 4,5 см при вычисленном напоре H.

Решение.

Напор над центром отверстия определим из формулы

$$V = \mu F\sqrt{2gH}\ ;\ H = \frac{V^2}{\mu^2 F^2 2g}$$

Площадь отверстия $F = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3{,}14 \cdot 0{,}045^2}{4} = 0{,}0016\ (м^2)$. Тогда

$$H = \frac{0{,}006^2}{0{,}62^2 \cdot 0{,}0016^2 \cdot 2 \cdot 9{,}81} = 1{,}86\ (м).$$

Расход через насадок при найденном напоре H найдем из той же формулы, подставив в нее коэффициент расхода для цилиндрического насадка μ = 0,82

$$V = \mu F\sqrt{2gH} = 0{,}82 \cdot 0{,}0016 \cdot \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 1{,}86} = 0{,}0079\ (м^3/с) = 7{,}9 (л/с).$$

Расход увеличился 7,9/6 = 1,32, т. е. на 32 %.

9.2. В вертикальной стенке, разделяющей открытый резервуар на две части, расположено круглое отверстие диаметром d_1 = 45 мм. Глубина воды в левой части резервуара h_1 = 1,8 м. Расход через отверстие V = 3,2 л/с. Определить глубину h_2, диаметр d_2 отверстия в наружной стенке при постоянных уровнях воды в резервуаре. Центры обоих отверстий расположены на расстоянии e = 50 см от дна.

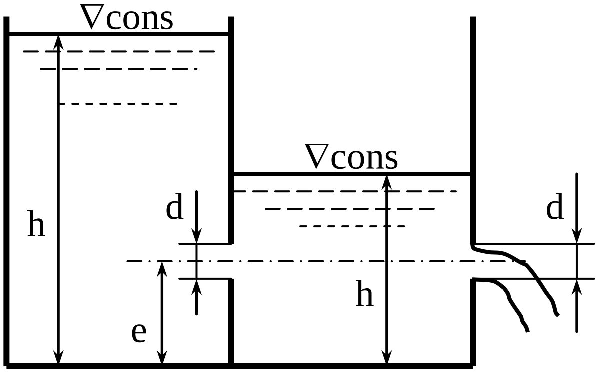


Рис. 26 – К зад. 9.2

Решение.

Определим разность уровней в правой и левой частях бака, из уравнения расхода через затопленное отверстие

$$V = \mu F\sqrt{2gZ}\ ;\ Z = \frac{V^2}{\mu^2 F^2 2g}.$$

Площадь отверстия $F = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3{,}14 \cdot 0{,}045^2}{4} = 0{,}0016\ (м^2)$. Тогда

$$Z = \frac{0,0032^2}{0,62^2 \cdot 0,0016^2 \cdot 2 \cdot 9,81} = 0,53\ (\text{м}).$$

Следовательно, глубина в правой части

$$h_2 = h_1 - Z = 1,8 - 0,53 = 1,27\ (\text{м}).$$

Напор над центром наружного отверстия

$$H_2 = h_2 - e = 1,27 - 0,5 = 0,77\ (\text{м}).$$

Определяем площадь наружного отверстия при расходе 3,2 л/с и напоре $H_2 = 0,77$ м

$$F = \frac{V}{\mu\sqrt{2gH}} = \frac{0,0032}{0,62 \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 0,77}} = 0,00133\ (\text{м}^2).$$

При этой площади диаметр отверстия

$$d_2 = \sqrt{\frac{4F}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 0,00133}{3,14}} = 0,041\ (\text{м}) = 4,1\ (\text{см}).$$

9.3. Определить диаметр отверстия в стенке резервуара, которое способно при напоре 2 м пропустить расход 3,0 л/с.

9.4. Резервуар разделен прегородкой на два отсека. В перегородке сделано отверстие диаметром 5 см, через которое жидкость перетекает из левой части в правую при постоянных уровнях воды в отсеках. Определить, какой будет глубина в правой части, если глубина в левой части $h_1 = 2$ м.

9.5. Как изменится расход, если к отверстию диаметром 5 см присоединить внешний цилиндрический насадок того же диаметра? Напор над центром отверстия 1,2 м. Каким должен быть напор, чтобы расход, проходящий через насадок остался таким же, что и через отверстие?

10. Гидравлический удар в трубопроводах

Гидравлический удар – это явление резкого изменения давления в трубопроводе с последующими колебаниями во времени скорости движения жидкости, плотности и давления.

При мгновенном закрытии задвижки, установленной в конце трубопровода, повышение давления при гидравлическом ударе вычисляют по формуле Н.Е.Жуковского

$$\Delta p = \rho c v,$$

где ρ – плотность жидкости; v – скорость установившегося движения жидкости в трубопроводе до гидроудара; c – скорость распространения волны гидравлического удара, определяемая по формуле

$$c=\frac{\sqrt{E_{ж}/\rho}}{\sqrt{1+\dfrac{dE_{ж}}{\delta E_{тр}}}},$$

где $E_ж$ – модуль объемной упругости жидкости; d – внутренний диаметр трубопровода; δ – толщина стенок трубопровода; $E_{тр}$ – модуль упругости материала стенок трубопровода.

Для воды Е =2,03*10^6 кПа, ρ = 1000 кг/м^3. При этом

$$\sqrt{E/\rho}=\sqrt{2{,}03*10^6*10^3/1000}=1425 \text{ м/с.}$$

Когда время закрытия задвижки $T_з > \tau = 2l/c$, имеет место непрямой гидравлический удар. Если при этом скорость течения жидкости у задвижки изменяется по линейному закону $v=v_0(1-t/T_з)$, то наибольшее повышение давления в трубопроводе можно определить по формуле Мишо

$$\Delta p=\frac{2\rho l v_0}{T_з}.$$

Примеры решения задач

10.1. Определить скорость распространения волны гидравлического удара с и повышение давления Δр при мгновенном закрытии стального трубопровода диаметром d = 500 мм с толщиной стенки δ = 7 мм при скоромти установившегося движения воды v = 2,5 м/с. Построить график изменения давления в сечении трубопровода у задвижки (x = 0) и в сечении трубопровода на расстоянии от задвижки x = 0,5*l* при *l* = 1000 м и p_0 = 3 МПа.
Модуль упругости стали $E_{тр}$ = 196*10^6 кПа

Решение

$$c=\frac{\sqrt{E_{ж}/\rho}}{\sqrt{1+\dfrac{dE_{ж}}{\delta E_{тр}}}}=\frac{1425}{\sqrt{1+\dfrac{500*2{,}03*10^6}{7*196*10^6}}}=1088{,}4 \text{ (м/с).}$$

$$\Delta p=1000*1088{,}4*2{,}5=2720904\approx 2{,}72 \text{ (МПа)}$$

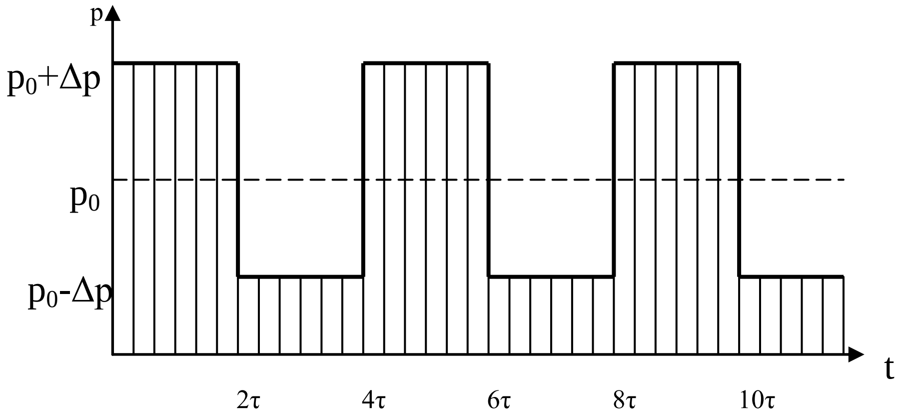


Рис. 27 – Изменение давления в сечении у задвижки

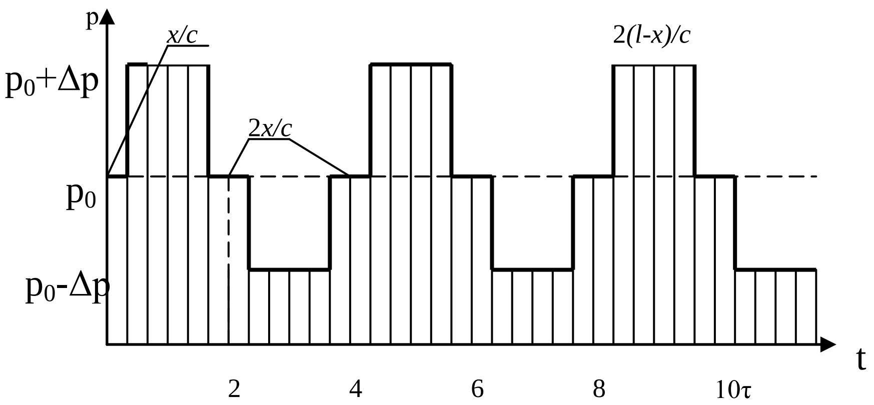


Рис. 28 – Изменение давления на расстоянии x = 0,5l от задвижки

10.2. Для условий предыдущей задачи найти напряжение в стенках трубопровода при мгновенном закрытии задвижки.

Решение

Сила, разрывающая трубопровод

$$P = (p_0 + \Delta p)dl = (3 + 5{,}72)0{,}5 * 1000 = 2860 \text{ (МН)}.$$

Напряжение в стенках

$$\sigma = \frac{P}{F} = \frac{P}{2\delta l} = \frac{2860}{2 * 0{,}007 * 1000} = 204{,}29 \text{ (МН/м}^2\text{)}.$$

10.3. Длина стального трубопровода от напорного бассейна до задвижки l = 1800 м, диаметр d = 450 мм, толщина стенки трубы δ = 6 мм. Расход воды в трубопроводе V = 127 л/с. Определить максимальное повышение давления у задвижки при постепенном ее закрытии за время $T_з$ = 3 с при линейном изменении скорости.

Решение

Скорость установившегося течения воды

$$v = \frac{V}{F} = \frac{4V}{\pi d^2} = \frac{4*0{,}127}{3{,}14*0{,}45^2} = 0{,}8 \text{ (м/с)}.$$

Скорость распространения волны гидравлического удара

$$c = \frac{\sqrt{E_{ж}/\rho}}{\sqrt{1+\frac{dE_{ж}}{\delta E_{тр}}}} = \frac{1425}{\sqrt{1+\frac{450}{6}0{,}01}} = 1077{,}2(м/с)$$

Фаза удара

$$\tau = \frac{2l}{c} = \frac{2*1800}{1077{,}2} = 3{,}34 \text{ (с)}$$

$T_з < \tau$ – удар прямой

Максимальное повышение давления

$$\Delta p = \rho c v = 1000*1077{,}2*0{,}8 = 861760(Па) = 0{,}86(МПа).$$

10.4. Определить максимальное повышение давления у задвижки при постепенном ее закрытии за время 5 с (изменение скорости - линейное), если по трубопроводу течет нефть (ρ = 900 кг/м^2 $E_ж$ = 1,324·10^6 кПа). Длина трубопровода 2 км, диаметр 1 м, толщина стенки трубы 10 мм, расход нефти 0,5 м^3/с.

Решение

Скорость установившегося течения нефти

$$v = \frac{V}{F} = \frac{4V}{\pi d^2} = \frac{4*0{,}5}{3{,}14*1^2} = 0{,}64 \text{ (м/с)}.$$

Скорость распространения волны гидравлического удара

$$c = \frac{\sqrt{E_{ж}/\rho}}{\sqrt{1+\frac{dE_{ж}}{\delta E_{тр}}}} = \frac{\sqrt{1{,}324*10^9/900}}{\sqrt{1+\frac{1000*1{,}324}{10*196}}} = \frac{1213}{\sqrt{1+0{,}675}} = 937{,}1(м/с)$$

Фаза удара

$$\tau = \frac{2l}{c} = \frac{2*2000}{937{,}1} = 4{,}3 \text{ (с)}$$

$T_з > \tau$ – удар непрямой

Максимальное повышение давления

$$\Delta p = \frac{2\rho l v_0}{T_з} = \frac{2*900*2000*0{,}64}{5} = 460800(Па) = 0{,}46(МПа)$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Яхонтов С. А. Гидрогазодинамика / С. А. Яхонтов. – М.: МЭИ, 1980. – 75 с
2. Штеренлихт Д.В. Гидравлика. – В 2-х кн.: Кн. 1 - М.: Колос, 1991. – 351 с.
3. Штеренлихт Д.В. Гидравлические расчеты. – М.: Колос, 1992 – 287 с.
4. Гидравлика, пневматика и термодинамика: курс лекций / под ред. В.М. Филина. – М.: ИД «ФОРУМ», ИНФРА-М, 2011. – 320 с.

Николай Иванович Ткаченко

ГИДРОГАЗОДИНАМИКА

Учебное пособие

Для бакалавров, обучающихся по направлению подготовки 280700.62 - «Техносферная безопасность», профиль «Безопасность технологических процессов и производств»

Редакция в авторском исполнении
Компьютерная верстка Н.И.Ткаченко

Донской государственный аграрный университет
346493, пос. Персиановский, Октябрьский район, Ростовская область

Подписано в печать 28.05.2015 г. Тираж 50 экз.
Объем - 0,95 уч. изд. л Заказ № 301 Формат 60x84 $^{1/16}$

Лицензия на полиграфическую деятельность
ЛР №131864 от 12.01.1998
Типография НГМА, г. Новочеркасск, ул. Пушкинская, 111