

**Министерство сельского хозяйства Российской Федерации
Департамент научно-технологической политики и образования
Донской государственный аграрный университет**

МЕТОДЫ ОПТИМАЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

Для студентов направления подготовки
080100.62 «Экономика» ФЗО

**пос. Персиановский
2014**

УДК 51
ББК 22.1
М74

Составители: сотрудники кафедры высшей математики и физики – кандидат технических наук, доцент А.Г. Мокриевич, кандидат биологических наук, доцент С.Ю. Бакоев.

Рецензенты: А. И. Тариченко доктор с.-х. наук, профессор, зав кафедрой ТТЭ; В.К. Шаршак доктор техн. наук, профессор кафедры МОППП.

Мокриевич, А.Г.

М74 Методы оптимальных решений: методические указания и задания для контрольных работ для студентов направления подготовки 080100.62 «Экономика» / А.Г. Мокриевич, С.Ю. Бакоев. – пос. Персиановский: Донской ГАУ, 2014.- 22 с.

В работе приведена рабочая программа дисциплины «Методы оптимальных решений», общие указания и задания для индивидуальных контрольных работ.

Методические указания предназначены для самостоятельной работы студентов направления подготовки 080100.62 «Экономика» заочной и очной форм обучения.

УДК 51
ББК 22.1

Таблиц – 6
Библиография – 5 наименований.

Утверждено на методической комиссии
экономического факультета
(протокол № 5 от 10.01.2014 г.).

Рекомендовано к изданию методическим советом
Донского ГАУ (протокол № 1 от 14.01.2014 г.).

© Донской государственный
аграрный университет, 2014
© Коллектив составителей, 2014

Оглавление

Предисловие.....	4
1. Рабочая программа дисциплины «Методы оптимальных решений» для студентов направления подготовки 080100.62 «Экономика» ДонГАУ	5
1.1. Цели задачи дисциплины.....	5
1.2. Место дисциплины в структуре ООП.....	5
1.3. Требования к результатам освоения дисциплины.....	5
1.4. Содержание дисциплины.....	6
2. Общие указания к выполнению контрольной работы	7
3. Задания для контрольных работ	9
Литература.....	24

Предисловие

Настоящие методические указания составлены на основании Государственного образовательного стандарта (ГОС) Высшего профессионального образования (ВПО) РФ, учебного плана Дон ГАУ. Рабочая программа по дисциплине «Методы оптимальных решений» для студентов направления подготовки 080100.62 «Экономика» рассмотрена на заседаниях кафедры высшей математики и физики, методической комиссии экономического факультета, методического совета Дон ГАУ и утверждена проректором по учебной работе Дон ГАУ профессором И.В. Фетюхиным.

Основной формой обучения студентов – заочников является *самостоятельная работа над учебным материалом*. Для студентов очного обучения самостоятельная работа также является важной формой обучения. Данные методические указания содержат основные документы и указания, необходимые студентам для выполнения индивидуальных контрольных работ.

1. Рабочая программа дисциплины «Методы оптимальных решений» для студентов направления подготовки 080100.62 «Экономика» ДонГАУ

1.1. Цели и задачи дисциплины:

целью преподавания дисциплины является обучение студентов основным понятиям приемам и математическим методам принятия оптимальных решений для их последующего применения при разработке моделей и решении экономических задач в производственной и исследовательской деятельности;

основной *задачей* преподавания является освоение студентами приемами и математическими методами оптимизации с целью применения этих методов при разработке производственных и научных экономических моделей.

1.2. Место дисциплины в структуре ООП:

Учебная дисциплина «Методы оптимальных решений» входит в математический цикл дисциплин. Требования к входным знаниям и умениям студента – знание линейной алгебры и математического анализа: операции дифференцирования функций нескольких переменных и операции интегрирования. Данная дисциплина является предшествующей для следующих дисциплин: «Микроэкономика», «Макроэкономика», «Эконометрика», «Статистика», «Теория бухгалтерского учета», «Экономика фирмы», «Менеджмент».

1.3. Требования к результатам освоения дисциплины:

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование общекультурных компетенций (ОК) и профессиональных компетенций (ПК):

способен понимать сущность и значение информации в развитии современного информационного общества (ОК – 12 часть),

владеет основными методами, способами и средствами переработки информации (ОК – 13 часть),

способен на основе типовых методик и действующей нормативно-правовой базы рассчитать экономические и социально-экономические показатели, характеризующие деятельность хозяйствующих субъектов, (ПК-2);

способен выполнять необходимые для составления экономических разделов планов расчеты, обосновывать их и представлять результаты работы в соответствии с принятыми в организации стандартами (ПК-3);

способен осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения поставленных экономических задач (ПК-4);

способен выбрать инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, проанализировать результаты расчетов и обосновать полученные выводы (ПК-5);

способен на основе описания экономических процессов и явлений строить стандартные теоретические и эконометрические модели, анализировать и содержательно интерпретировать полученные результаты (ПК-6);

способен использовать для решения аналитических и исследовательских задач современные технические средства и информационные технологии (ПК-10);

способен критически оценить предлагаемые варианты управленческих решений и разработать и обосновать предложения по их совершенствованию с учетом критериев социально-экономической эффективности, рисков и возможных социально-экономических последствий (ПК-13).

В результате изучения дисциплины студент должен:

Знать: определения, понятия и методы основных разделов математического анализа, необходимые для решения экономических задач.

Уметь: использовать методы математического анализа при разработке математических моделей и решении экономических задач.

Владеть: навыками применения методов математического анализа для решения экономических задач.

1.4. Содержание дисциплины

Классификация задач оптимизации. Примеры задач оптимизации.

Метод наименьших квадратов для обработки результатов наблюдений функциональных и статистических зависимостей. Формулы для расчета коэффициентов. Примеры решения задач.

Условная оптимизация или оптимизация с ограничениями. Линейные задачи оптимизации и линейное программирование. Примеры экономических задач линейного программирования. Основные формы записи задач линейного программирования.

Модифицированные жордановы таблицы. Алгоритм выполнения одного шага жордановых исключений. Алгоритм решения системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) в форме жордановых таблиц. Решение типовых примеров.

Базисные и опорные решения СЛАУ. Алгоритмы отыскания базисных и опорных решений СЛАУ. Решение типовых примеров.

Преобразование задачи линейного программирования к канонической форме записи. Преобразование задачи линейного программирования из канонической формы записи в симметричную форму записи.

Геометрическая интерпретация задачи линейного программирования. Графический метод решения задачи линейного программирования. Решение типовых примеров.

Основная теорема линейного программирования. Общая идея симплексного метода решения задачи линейного программирования. Симплексная таблица. Алгоритм нахождения начального опорного плана задачи линейного программирования.

Алгоритм нахождения оптимального опорного плана задачи линейного программирования. Решение типовых примеров.

Транспортная задача. Постановка транспортной задачи. Признак разре-

шимости транспортной задачи. Закрытая и открытая транспортная задача.

Способы отыскания исходного (начального) опорного плана транспортной задачи. Циклы. Свойства опорных планов транспортной задачи. Решение типовых примеров.

Отыскание оптимального опорного плана транспортной задачи методом потенциалов. Решение типовых примеров.

Двойственность в линейном программировании. Построение двойственных задач и их свойства. Теоремы двойственности и их экономическое содержание.

Нелинейная оптимизация с ограничениями. Безусловная оптимизация или оптимизация функций нескольких переменных без ограничений. Некоторые численные методы безусловной оптимизации: метод деления отрезка пополам, метод золотого сечения.

Многомерная оптимизация. Метод деформируемого многоугольника. Метод градиентного спуска.

Матричные игры. Классификация игр. Матрица игры (платежная матрица). Оптимальные стратегии. Цена игры. Решение игры в смешанных стратегиях. Решение матричных игр двух лиц с нулевой суммой, принцип максимина. Методы решения матричных игр. Игры с природой, кооперативные игры. Основы сетевого планирования и управления. Сетевой график комплекса операций и его построение. Расчет временных параметров сетевого графика.

2 . Общие указания к выполнению контрольной работы

В соответствии с учебным планом студенты направления подготовки «Экономика» факультета заочного обучения изучают «Методы оптимальных решений» на третьем курсе. Они выполняют одну индивидуальную предсессионную контрольную работу. По итогам обучения студенты сдают экзамен.

При выполнении контрольной работы студент должен руководствоваться следующими требованиями.

1. Каждая работа должна выполняться в отдельной тетради (в клетку), на внешней обложке которой должны быть ясно написаны фамилия студента, его инициалы, полный шифр студенческого билета и домашний адрес.
2. Задания следует располагать в порядке возрастания номеров, перед решением каждого задания надо полностью переписать его условие.
3. Решения следует излагать подробно, делая соответствующие ссылки на положения теории с указанием необходимых формул и теорем.
4. Решение задач геометрического содержания должно сопровождаться чертежами, выполненными аккуратно, с указанием осей координат и единиц масштаба. Пояснения должны соответствовать обозначениям, приведенным на чертежах.
5. На каждой странице необходимо оставлять поля шириной 3 - 4 см для замечаний преподавателя.

6. Контрольные работы должны выполняться самостоятельно. Несамостоятельно выполненная работа лишает студента возможности проверить степень подготовленности по теме.
7. Получив прорецензированную работу (как зачтенную, так и не зачтенную), студент должен исправить все отмеченные рецензентом ошибки и недочеты.
8. Каждый студент должен пройти на кафедре высшей математики собеседование по зачтенной контрольной работе.
9. Номера вариантов и заданий контрольной работы содержатся в двух таблицах и определяются **по двум последним цифрам шифра студенческого билета.**

Таблица 1

Номера задач для контрольной работы при нечетной предпоследней цифре

Номер варианта	Номера задач					
	0	1	12	23	22	24
1	2	13	21	28	26	71
2	3	14	33	30	32	72
3	4	15	29	34	36	73
4	5	16	37	45	38	74
5	6	17	39	52	40	75
6	7	18	53	54	42	76
7	8	19	57	58	44	77
8	9	20	25	60	46	78
9	10	11	31	61	48	79

Таблица 2

Номера задач для контрольной работы при четной предпоследней цифре

Номер варианта	Номера задач					
	0	2	15	69	61	70
1	3	16	67	60	68	74
2	4	17	65	58	66	75
3	5	18	63	54	64	76
4	6	19	55	52	62	77
5	7	20	51	45	56	78
6	8	11	49	34	50	79
7	9	12	47	30	48	80
8	10	13	43	28	46	71
9	1	14	41	22	42	72

3. Задания для контрольных работ

1. Найти все опорные решения СЛАУ:

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_4 + x_5 = 2, \\ 2x_2 + x_4 - 2x_5 = -10 \\ -x_3 + x_4 - 2x_5 = 3. \end{cases}$$

2. Найти все базисные решения СЛАУ:

$$\begin{cases} -x_1 - x_2 + 2x_4 = 0, \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 18, \\ x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 = 1, \end{cases}$$

3. Найти 2 опорных решения СЛАУ:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 6, \\ 2x_2 - x_3 - 3x_4 = 4, \\ 3x_1 + 2x_3 + x_4 = 2. \end{cases}$$

4. Найти 2 базисных решения СЛАУ:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_4 = 2, \\ x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 0, \\ 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 2, \\ -x_1 - 2x_2 - 3x_4 = 1. \end{cases}$$

5. Найти 2 опорных решения СЛАУ, если это возможно

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_5 = 5, \\ -5x_1 + x_2 - x_3 + x_5 + x_6 = -6, \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4 \end{cases}$$

6. Найти 6 базисных решения СЛАУ:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_4 - 2x_5 = 4, \\ -x_3 - 3x_4 + x_5 = 5, \\ x_2 + 3x_5 = -2. \end{cases}$$

7. Найти 3 опорных решения СЛАУ:

$$\begin{cases} 4x_1 - 12x_2 + 2x_4 = 24, \\ x_1 - x_5 = 2, \\ x_1 + x_2 - x_3 = 4. \end{cases}$$

8. Найти 2 опорных решения СЛАУ:

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 8, \\ -x_1 - 2x_2 - x_5 = -5, \\ 5x_1 - x_2 + x_3 - x_5 + x_6 = 5. \end{cases}$$

9. Найти все опорные решения СЛАУ:

$$\begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + 2x_3 & = 8, \\ x_1 - x_2 - x_4 & = -4, \\ 0,5x_1 + x_2 & + 0,5x_5 = 3. \end{cases}$$

10. Найти 4 базисных решения СЛАУ:

$$\begin{cases} 3x_1 + x_3 + x_5 & = -2, \\ -2x_1 - 2x_3 + x_4 & = -6, \\ x_2 - x_3 & = 4. \end{cases}$$

11. Найти все опорные решения СЛАУ:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 & = 4, \\ x_1 + x_2 + x_4 & = 2, \\ x_1 + x_5 & = 1. \end{cases}$$

12. Найти все базисные решения СЛАУ:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 & = 1, \\ x_1 + x_2 + x_3 & = 4, \\ x_2 + x_3 + x_4 & = -3, \\ x_3 + x_4 + x_5 & = 2, \\ x_4 + x_5 & = -1. \end{cases}$$

13. Найти 2 опорных решения СЛАУ, если это возможно

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 & = 8, \\ x_1 + 2x_2 + x_5 & = 5, \\ -5x_1 + x_2 - x_3 + x_5 + x_6 & = -6. \end{cases}$$

14. Найти 6 базисных решения СЛАУ:

$$\begin{cases} -x_1 - 2x_4 + 2x_5 & = -4, \\ -x_3 - 3x_4 + x_5 & = 5, \\ 2x_2 + 6x_5 & = -4. \end{cases}$$

15. Найти 3 базисных решения СЛАУ:

$$\begin{cases} 2x_1 - 6x_2 + x_4 & = 12, \\ -x_1 + x_5 & = -2, \\ x_1 + x_2 - x_3 & = 4. \end{cases}$$

16. Найти 2 опорных решения СЛАУ:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 & = 8, \\ x_1 + 2x_2 + x_5 & = 5, \\ 5x_1 - x_2 + x_3 - x_5 + x_6 & = 5. \end{cases}$$

17. Найти все опорные решения СЛАУ:

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = 4, \\ -x_1 + x_2 - x_4 = 4, \\ 0,5x_1 + x_2 + 0,5x_5 = 3. \end{cases}$$

18. Найти 4 базисных решения СЛАУ:

$$\begin{cases} 6x_1 + 2x_3 + 2x_5 = -4, \\ -2x_1 - 2x_3 + x_4 = -6, \\ -x_2 + x_3 = -4. \end{cases}$$

19. Найти все опорные решения СЛАУ:

$$\begin{cases} 3x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 12, \\ x_1 + x_2 + x_4 = 2, \\ -x_1 - x_5 = -1. \end{cases}$$

20. Найти все базисные решения СЛАУ:

$$\begin{cases} -2x_1 - 2x_2 = -2, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 4, \\ x_2 + x_3 + x_4 = -3, \\ x_3 + x_4 + x_5 = 2, \\ -x_4 - x_5 = 1. \end{cases}$$

21. Решить графически ЗЛП

$$\begin{aligned} f &= 2x_1 + 5x_2 \text{ (max)} \\ \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 \leq 24, \\ -x_1 + 2x_2 \leq 4, \\ x_1 + 2x_2 \leq 12, \end{cases} & x_j \geq 0. \end{aligned}$$

22. Найти max функции

$$f = 10x_1 + 12x_2 + 8x_3 + 10x_4$$

при ограничениях

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 4x_3 + x_4 \leq 8, \\ x_1 + x_2 + x_3 + 4x_4 \leq 5, \end{cases} x_j \geq 0.$$

23. Решить графически ЗЛП

$$\begin{aligned} f &= 5x_1 - x_2 \text{ (max)} \\ \begin{cases} -3x_1 + x_2 \leq 6, \\ x_1 + x_2 \leq 10, \\ x_1 - 4x_2 \leq 4, \end{cases} & x_j \geq 0. \end{aligned}$$

24. Решить транспортную задачу

	B ₁	B ₂	B ₃	a _i
A ₁	5	4	2	30
A ₂	6	3	2	40
A ₃	4	2	5	30
b _j	40	40	20	

25. Решить графически ЗЛП

$$f = 3x_1 - 2x_2 \text{ (max)}$$
$$\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 \leq 8, \\ 2x_1 + \frac{1}{2}x_2 \leq 3, \end{cases} \quad x_j \geq 0.$$

26. Решить транспортную задачу

	B ₁	B ₂	B ₃	a _i
A ₁	5	3	2	30
A ₂	6	4	1	40
A ₃	4	2	5	30
b _j	40	40	20	

27. Решить графически ЗЛП

$$z = x_1 - 10x_2 \text{ (min)}$$
$$\begin{cases} x_1 - 0,5x_2 \leq 0, \\ x_1 - 5x_2 \geq -5, \end{cases} \quad x_1 \geq 0; \quad x_2 \geq 0.$$

28. Решить симплексным методом задачу:

$$z = 5x_1 + 6x_2 + 7x_3 - x_4$$
$$\begin{cases} 4x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 \geq 17, \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 - x_4 \geq 1, \\ -3x_1 + 2x_2 + 5x_3 \geq 2, \end{cases} \quad x_j \geq 0.$$

29. Решить графически ЗЛП

$$z = 6x_1 - 5x_2 \text{ (max)}$$
$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 4, \\ -x_1 + x_2 \leq 12, \\ x_1 - x_2 \leq 12, \end{cases} \quad x_1 \geq 0; \quad x_2 \geq 0.$$

30. Решить симплексным методом задачу:

$$z = 3x_1 - 5x_2 + 7x_3 + x_4 \text{ (min)}$$
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 \geq 7, \\ -3x_1 + 4x_2 - x_3 + 3x_4 \leq 15, \\ 2x_1 - 5x_2 + 2x_3 + 2x_4 \geq 2, \end{cases} \quad x_j \geq 0.$$

31. Решить графически ЗЛП

$$\begin{cases} f = 2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 (\min) \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 2 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4 = 6 \end{cases} \quad x_j \geq 0$$

32. Решить транспортную задачу

	B ₁	B ₂	B ₃	a _i
A ₁	8	4	2	20
A ₂	5	5	2	40
A ₃	4	3	6	30
b _j	30	40	20	

33. Решить графически ЗЛП

$$\begin{cases} f = 5x_1 - x_2 (\max) \\ -3x_1 + x_2 \leq 6, \\ x_1 + x_2 \leq 10, \\ x_1 - 4x_2 \leq 4, \end{cases} \quad x_j \geq 0.$$

34. Решить симплексным методом задачу:

$$\begin{cases} z = 4x_1 + 3x_2 + x_3 (\min) \\ 3x_1 - x_2 - 2x_3 \geq 1, \\ 2x_1 + 4x_2 - 5x_3 \geq 3, \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 \geq 1, \end{cases} \quad x_j \geq 0.$$

35. Решить графически ЗЛП

$$\begin{cases} f = 2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 (\min) \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 2 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4 = 6 \end{cases} \quad x_j \geq 0$$

36. Решить транспортную задачу

	B ₁	B ₂	B ₃	a _i
A ₁	8	4	2	20
A ₂	5	5	2	40
A ₃	4	3	6	30
b _j	30	40	20	

37. Решить графически ЗЛП

$$\begin{cases} f = x_1 + 2x_2 (\max) \\ x_1 - x_2 \leq 2, \\ -x_1 + 2x_2 \leq 12, \\ 3x_1 + x_2 \leq 15, \end{cases} \quad x_j \geq 0.$$

38. Решить транспортную задачу

	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	a _i
A ₁	10	6	3	8	25
A ₂	11	10	9	12	25
A ₃	2	3	5	7	35
b _j	20	20	40	5	

39. Решить графически ЗЛП

$$f = -x_1 + 2x_2 \text{ (max)}$$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \geq 2, \\ 3x_1 + x_2 \geq 3, \\ x_1 + x_2 \leq 5, \\ x_j \geq 0. \end{cases}$$

40. Решить транспортную задачу

	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	a _i
A ₁	22	14	16	28	15
A ₂	29	17	26	36	20
A ₃	37	31	30	39	15
b _j	20	10	10	10	

41. Решить графически ЗЛП

$$z = 2x_1 + 3x_2 \text{ (max)}$$

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 \leq 12, \\ 2x_1 + x_2 \leq 8, \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0. \end{cases}$$

42. Решить транспортную задачу

	B ₁	B ₂	B ₃	a _i
A ₁	17	16	20	30
A ₂	18	21	26	25
A ₃	19	21	25	25
b _j	15	40	25	

43. Решить графически ЗЛП

$$z = x_1 + x_2 \text{ (max)}$$

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 \leq 12, \\ 2x_1 - x_2 \leq 8, \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0. \end{cases}$$

44. Решить транспортную задачу

	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	a _i
A ₁	2	3	7	2	50
A ₂	8	6	1	7	40
A ₃	10	5	4	9	30
b _j	20	40	25	35	

45. Найти минимум функции

$$z = x_1 + 10x_2 + 2x_3 + x_4$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + x_4 \geq 3, \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 - 2x_4 \geq 4, \\ x_2 + 3x_3 + 3x_4 \geq 6, \end{cases} \quad x_i \geq 0.$$

46. Решить транспортную задачу

	B ₁	B ₂	B ₃	a _i
A ₁	5	8	5	40
A ₂	6	3	3	20
A ₃	4	5	6	25
b _j	30	30	25	

47. Решить графически ЗЛП

$$f = 5x_1 - x_2 \quad (max)$$

$$\begin{cases} -3x_1 + x_2 \leq 6, \\ x_1 + x_2 \leq 10, \\ x_1 - 4x_2 \leq 4, \end{cases} \quad x_j \geq 0.$$

48. Решить транспортную задачу

	B ₁	B ₂	B ₃	a _i
A ₁	5	4	2	30
A ₂	6	3	2	40
A ₃	4	2	5	30
b _j	40	40	20	

49. Решить графически ЗЛП

$$f = 2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 \quad (min)$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 2 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4 = 6 \end{cases} \quad x_j \geq 0$$

50. Решить транспортную задачу

	B ₁	B ₂	B ₃	a _i
A ₁	8	4	2	20
A ₂	5	5	2	40
A ₃	4	3	6	30
b _j	30	40	20	

51. Решить графически ЗЛП

$$f = 2x_1 + 5x_2 \text{ (max)}$$
$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 \leq 24, \\ -x_1 + 2x_2 \leq 4, \\ x_1 + 2x_2 \leq 12, \end{cases} \quad x_j \geq 0.$$

52. Найти max функции

$$f = 10x_1 + 12x_2 + 8x_3 + 10x_4$$

при ограничениях

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 4x_3 + x_4 \leq 8, \\ x_1 + x_2 + x_3 + 4x_4 \leq 5, \end{cases} \quad x_j \geq 0.$$

53. Решить графически ЗЛП

$$z = 6x_1 - 5x_2 \text{ (max)}$$
$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 4, \\ -x_1 + x_2 \leq 12, \\ x_1 - x_2 \leq 12, \end{cases} \quad x_1 \geq 0; \quad x_2 \geq 0.$$

54. Решить симплексным методом задачу:

$$z = 3x_1 - 5x_2 + 7x_3 + x_4 \text{ (min)}$$
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 \geq 7, \\ -3x_1 + 4x_2 - x_3 + 3x_4 \leq 15, \\ 2x_1 - 5x_2 + 2x_3 + 2x_4 \geq 2, \end{cases} \quad x_j \geq 0.$$

55. Решить графически ЗЛП

$$f = 3x_1 - 2x_2 \text{ (max)}$$
$$\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 \leq 8, \\ 2x_1 + \frac{1}{2}x_2 \leq 3, \end{cases} \quad x_j \geq 0.$$

56. Решить транспортную задачу

	B ₁	B ₂	B ₃	a _i
A ₁	5	3	2	30
A ₂	6	4	1	40
A ₃	4	2	5	30
b _j	40	40	20	

57. Решить графически ЗЛП

$$f = 5x_1 - x_2 \text{ (max)}$$
$$\begin{cases} -3x_1 + x_2 \leq 6, \\ x_1 + x_2 \leq 10, \\ x_1 - 4x_2 \leq 4, \end{cases} \quad x_j \geq 0.$$

58. Решить симплексным методом задачу:

$$z = 4x_1 + 3x_2 + x_3 \text{ (min)}$$
$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 - 2x_3 \geq 1, \\ 2x_1 + 4x_2 - 5x_3 \geq 3, \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 \geq 1, \end{cases} \quad x_j \geq 0.$$

59. Решить графически ЗЛП

$$z = x_1 - 10x_2 \text{ (min)}$$
$$\begin{cases} x_1 - 0,5x_2 \leq 0, \\ x_1 - 5x_2 \geq -5, \end{cases} \quad x_1 \geq 0; \quad x_2 \geq 0.$$

60. Решить симплексным методом задачу:

$$z = 5x_1 + 6x_2 + 7x_3 - x_4$$
$$\begin{cases} 4x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 \geq 17, \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 - x_4 \geq 1, \\ -3x_1 + 2x_2 + 5x_3 \geq 2, \end{cases} \quad x_j \geq 0.$$

61. Найти минимум функции

$$z = x_1 + 10x_2 + 2x_3 + x_4$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + x_4 \geq 3, \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 - 2x_4 \geq 4, \\ x_2 + 3x_3 + 3x_4 \geq 6, \end{cases} \quad x_i \geq 0.$$

62. Решить транспортную задачу

	B ₁	B ₂	B ₃	a _i
A ₁	5	8	5	40
A ₂	6	3	3	20
A ₃	4	5	6	25
b _j	30	30	25	

63. Решить графически ЗЛП

$$z = 2x_1 + 3x_2 \text{ (max)}$$
$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 \leq 12, \\ 2x_1 + x_2 \leq 8, \end{cases} \quad x_1 \geq 0; \quad x_2 \geq 0.$$

64. Решить транспортную задачу

	B ₁	B ₂	B ₃	a _i
A ₁	17	16	20	30
A ₂	18	21	26	25
A ₃	19	21	25	25
b _j	15	40	25	

65. Решить графически ЗЛП

$$f = x_1 + 2x_2 \text{ (max)}$$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 \leq 2, \\ -x_1 + 2x_2 \leq 12, \\ 3x_1 + x_2 \leq 15, \\ x_j \geq 0. \end{cases}$$

66. Решить транспортную задачу

	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	a _i
A ₁	10	6	3	8	25
A ₂	11	10	9	12	25
A ₃	2	3	5	7	35
b _j	20	20	40	5	

67. Решить графически ЗЛП

$$f = -x_1 + 2x_2 \text{ (max)}$$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \geq 2, \\ 3x_1 + x_2 \geq 3, \\ x_1 + x_2 \leq 5, \\ x_j \geq 0. \end{cases}$$

68. Решить транспортную задачу

	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	a _i
A ₁	22	14	16	28	15
A ₂	29	17	26	36	20
A ₃	37	31	30	39	15
b _j	20	10	10	10	

69. Решить графически ЗЛП

$$z = 2x_1 + 3x_2 \text{ (max)}$$

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 \leq 12, \\ 2x_1 + x_2 \leq 8, \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0. \end{cases}$$

70. Решить транспортную задачу

	B ₁	B ₂	B ₃	a _i
A ₁	17	16	20	30
A ₂	18	21	26	25
A ₃	19	21	25	25
b _j	15	40	25	

71-80. Построена линейная оптимизационная математическая модель с ограничениями. Найти оптимальные значения соответствующих функций цели симплексным методом.

71.

1. Найти максимум функции $z = x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4$ при ограничениях:

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 + x_4 \leq 3 \\ x_1 + 2x_3 - x_4 \leq 3 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 \leq 8 \end{cases}, \quad x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

2. Найти минимум функции $z = x_1 + 6x_2 + 9x_3 + 2x_4$ при ограничениях:

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 8x_4 \geq 12 \\ 7x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 6x_4 \geq 8 \\ 5x_1 + 8x_2 + 4x_3 + 3x_4 \geq 48 \end{cases}, \quad x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

72.

1. Найти максимум функции $z = 6x_1 + 4x_2 + 12x_3 + 10x_4$ при ограничениях:

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + x_4 \leq 3 \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 - 2x_4 \leq 4 \\ x_2 + 2x_3 + 3x_4 \leq 6 \end{cases}, \quad x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

2. Найти минимум функции $z = 2x_1 - x_2 + 4x_3 + x_4$ при ограничениях:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 \geq 7 \\ -3x_1 + 4x_2 - x_3 + 3x_4 \geq 15 \\ 2x_1 - 5x_2 + 2x_3 + 2x_4 \geq 2 \end{cases}, \quad x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

73.

1. Найти максимум функции $z = 2x_1 + 10x_2 + 15x_3 + x_4$ при ограничениях:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 \leq 7 \\ -3x_1 + 4x_2 - x_3 + 3x_4 \leq 15 \\ 2x_1 - 5x_2 + 2x_3 + 2x_4 \leq 2 \end{cases}, \quad x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

2. Найти минимум функции $z = 3x_1 - 5x_2 + 7x_3 + x_4$ при ограничениях:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 \geq 7 \\ -3x_1 + 4x_2 - x_3 + 3x_4 \geq 15 \\ 2x_1 - 5x_2 + 2x_3 + 2x_4 \geq 2 \end{cases}, \quad x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

74.

1. Найти максимум функции $z = 10x_1 + 12x_2 + 8x_3 + 10x_4$ при ограничениях:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 4x_3 + x_4 \leq 8 \\ x_1 + x_2 + x_3 + 4x_4 \leq 5 \end{cases}, \quad x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

2. Найти минимум функции $z = 2x_1 + x_2 + 4x_3 - x_4$ при ограничениях:

$$\begin{cases} 4x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 \geq 17 \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 - x_4 \geq 1 \\ -3x_1 + x_2 + 5x_3 \geq 2 \end{cases}, \quad x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

75.

1. Найти максимум функции $z = 10x_1 + 12x_2 + 8x_3 + 10x_4$ при ограничениях:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 4x_3 + x_4 \leq 8 \\ x_1 + x_2 + x_3 + 4x_4 \leq 5 \end{cases}, \quad x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

2. Найти минимум функции $z = 5x_1 + 6x_2 + 7x_3 - x_4$ при ограничениях:

$$\begin{cases} 4x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 \geq 17 \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 - x_4 \geq 1 \\ -3x_1 + x_2 + 5x_3 \geq 2 \end{cases}, \quad x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

76.

1. Найти максимум функции $z = 3x_1 - 2x_2 - x_3$ при ограничениях:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 \leq 5 \\ 21x_1 + 14x_2 + 6x_3 \leq 42, \\ -x_1 - 2x_2 + x_3 \leq 4 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 \leq -6 \end{cases}, \quad x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

2. Найти минимум функции $z = -5x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 6x_4$ при ограничениях:

$$\begin{cases} x_1 + 21x_2 + x_3 + 2x_4 \geq 3 \\ -x_1 - 14x_2 - 2x_3 + 3x_4 \geq 2, \\ -x_1 - 6x_2 + x_3 - x_4 \geq 1 \end{cases}, \quad x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

77.

1. Найти максимум функции $z = 3x_1 + 3x_2 + 4x_3$ при ограничениях:

$$\begin{cases} 4x_1 + x_2 + x_3 \leq 14 \\ 1x_1 + x_2 + x_3 \leq 10 \\ 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 \leq 14 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 \leq 10 \end{cases}, \quad x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

2. Найти минимум функции $z = 2x_1 + x_2 + 4x_3 - x_4$ при ограничениях:

$$\begin{cases} x_1 + 21x_2 + 3x_3 + 2x_4 \geq 3 \\ -x_1 - 14x_2 - 2x_3 + 3x_4 \geq 2 \\ -x_1 - 6x_2 + x_3 - x_4 \geq 1 \end{cases}, \quad x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

78.

1. Найти максимум функции $z = 2x_1 + x_2 + 4x_3 - x_4$ при ограничениях:

$$\begin{cases} 4x_1 + 10x_2 + 3x_3 - x_4 \leq 17 \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 - x_4 \leq 1 \\ 3x_2 - x_2 + 5x_3 - x_4 \leq 2 \end{cases}, \quad x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

2. Найти минимум функции $z = 4x_1 + 10x_2 + 9x_3 + 3x_4$ при ограничениях:

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 + 3x_3 - x_4 \geq 2 \\ x_1 + x_2 + x_3 + 3x_4 \geq 3 \end{cases}, \quad x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

79.

1. Найти максимум функции $z = x_1 + 3x_2 + x_3$ при ограничениях:

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - x_3 \leq 5 \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 \leq 3 \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 \leq 2 \end{cases}, \quad x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

2. Найти минимум функции $z = 10x_1 + 12x_2 + 8x_3 + 10x_4$ при ограничениях:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 4x_3 + x_4 \geq 8 \\ x_1 + x_2 + x_3 + 4x_4 \geq 5 \end{cases}, \quad x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

80.

1. Найти максимум функции $z = 4x_1 + 3x_2 + x_3$ при ограничениях:

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 \leq 1 \\ 2x_1 + 4x_2 - 5x_3 \leq 3, & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 \leq 1 \end{cases}$$

2. Найти минимум функции $z = 4x_1 + 10x_2 + 9x_3 + 3x_4$ при ограничениях:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - 3x_3 + x_4 \geq -2 \\ x_1 - x_2 + x_3 + 3x_4 \geq 3 \end{cases}, \quad x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

Литература

- | | | |
|-----------------------------------|---|---------------------------------------|
| 1. Кузнецов А.В.
и др. | Руководство к решению задач по математическому программированию. | М.: Академия, 2004, 251 с. |
| 2. Кузнецов А.В.
и др. | Сборник задач и упражнений по высшей математике. Математическое программирование. | М.: Лань, 2010, 448 с. |
| 5. Бакоев С.Ю.,
Мокриевич А.Г. | Математика. Элементы линейного программирования. | 2006 |
| 6. Дегтярь Л.А. | Математика. Теория игр. | Персиановский, Дон-ГАУ, 2011
48 с. |

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ИЗДАНИЕ

Алексей Геннадьевич Мокриевич
Сирождин Юсуфович Бакоев

**Методы оптимальных решений.
Методические указания и задания для контрольных работ.**

Для студентов направления подготовки 080100.62 «Экономика»

346493, Донской ГАУ, пос. Персиановский,
Октябрьский район, Ростовская область
