Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Ермаков Алексей Михайлович
Должность: Врио ректора
Дата подписания: 04.11.2026 12:37:20
Уникальный программный ключ:
820dd736c6564d02e9f00c4045156a3692d52b7e

МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ДЕПАРТАМЕНТ ОБРАЗОВАНИЯ И КАДРОВОЙ ПОЛИТИКИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО ДОНСКОЙ ГАУ)
Донской аграрный колледж

УТВЕРЖДАЮ
Врио проректора по УР и ЦТ
_____Ширяев С.Г.
«24» марта 2026 г.
м.п.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

СО.01.04 Математика

Специальность *36.02.01 Ветеринария*
на базе 9 классов (основное общее образование)

Форма обучения *Очная*

Организация-разработчик: федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Донской государственный аграрный университет»

Разработчик:

Любимова О.А.		Преподаватель		
ФИО	(подпись)	(должность)	(ученая степень)	(ученое звание)

Рассмотрено и рекомендовано:

На заседании Методического совета Колледжа протокол заседания от **24.03.2026 г** № 7
и.о. Директора Донского аграрного колледжа _____ Чернышкова О.С.
(подпись) ФИО

п. Персиановский, 2026 г.

1. Общие положения

Контрольно-оценочные средства предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины СО.01.04 Математика.

Фонд оценочных средств включает контрольно-оценочные материалы для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации в форме зачета и экзамена.

Текущий контроль успеваемости проводится в течение семестра в форме периодического выборочного устного опроса и контроля за выполнением заданий на практических занятиях.

2. Результаты освоения дисциплины, подлежащие проверке

Результаты обучения (умения, знания, компетенции)	**Основные показатели оценки результатов**	**Форма контроля и оценивания**
В результате изучения дисциплины обучающийся должен **уметь:**		
оперировать понятиями: степень числа, логарифм числа; умение выполнять вычисление значений и преобразования выражений со степенями и логарифмами, преобразования дробно-рациональных выражений;	умение оперировать понятиями: степень числа, логарифм числа; умение выполнять вычисление значений и преобразования выражений со степенями и логарифмами, преобразования дробно-рациональных выражений;	Устный опрос. Решение задач. Выполнение расчетной работы. Подготовка и защита реферата. Математический диктант. Тестирование. Экзамен, зачет
оперировать понятиями: рациональные, иррациональные, показательные, степенные, логарифмические, тригонометрические уравнения и неравенства, их системы;	умение оперировать понятиями: рациональные, иррациональные, показательные, степенные, логарифмические, тригонометрические уравнения и неравенства, их системы;	Устный опрос. Решение задач. Выполнение расчетной работы. Подготовка и защита реферата. Математический диктант. Тестирование. Экзамен, зачет
оперировать понятиями: функция, непрерывная функция, производная, первообразная, определенный интеграл; умение находить производные элементарных функций, используя справочные материалы; исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций; строить графики многочленов с использованием аппарата математического анализа; применять производную при решении задач на движение; решать практико-ориентированные задачи на наибольшие и наименьшие	умение оперировать понятиями: функция, непрерывная функция, производная, первообразная, определенный интеграл; умение находить производные элементарных функций, используя справочные материалы; исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций; строить графики многочленов с использованием аппарата математического анализа; применять производную при решении задач на движение; решать практико-ориентированные задачи на наибольшие и наименьшие значения, на нахождение пути, скорости и	Устный опрос. Решение задач. Выполнение расчетной работы. Подготовка и защита реферата. Математический диктант. Тестирование. Экзамен, зачет

значения, на нахождение пути, скорости и ускорения	ускорения	
оперировать понятиями: рациональная функция, показательная функция, степенная функция, логарифмическая функция, тригонометрические функции, обратные функции; умение строить графики изученных функций, использовать графики при изучении процессов и зависимостей, при решении задач из других учебных предметов и задач из реальной жизни; выражать формулами зависимости между величинами	умение оперировать понятиями: рациональная функция, показательная функция, степенная функция, логарифмическая функция, тригонометрические функции, обратные функции; умение строить графики изученных функций, использовать графики при изучении процессов и зависимостей, при решении задач из других учебных предметов и задач из реальной жизни; выражать формулами зависимости между величинами	Устный опрос. Решение задач. Выполнение расчетной работы. Подготовка и защита реферата. Математический диктант. Тестирование. Экзамен, зачет
решать текстовые задачи разных типов (в том числе на проценты, доли и части, на движение, работу, стоимость товаров и услуг, налоги, задачи из области управления личными и семейными финансами); составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность результатов	умение решать текстовые задачи разных типов (в том числе на проценты, доли и части, на движение, работу, стоимость товаров и услуг, налоги, задачи из области управления личными и семейными финансами); составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность результатов	Устный опрос. Решение задач. Выполнение расчетной работы. Подготовка и защита реферата. Математический диктант. Тестирование. Экзамен, зачет
оперировать понятиями: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах, дисперсия, стандартное отклонение числового набора; умение извлекать, интерпретировать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках, отражающую свойства реальных процессов и явлений; представлять информацию с помощью таблиц и диаграмм; исследовать статистические данные, в том числе с применением графических методов и электронных средств	умение оперировать понятиями: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах, дисперсия, стандартное отклонение числового набора; умение извлекать, интерпретировать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках, отражающую свойства реальных процессов и явлений; представлять информацию с помощью таблиц и диаграмм; исследовать статистические данные, в том числе с применением графических методов и электронных средств	Устный опрос. Решение задач. Выполнение расчетной работы. Подготовка и защита реферата. Математический диктант. Тестирование. Экзамен, зачет
оперировать понятиями:	умение оперировать понятия-	Устный опрос. Решение задач.

случайный опыт и случайное событие, вероятность случайного события; умение вычислять вероятность с использованием графических методов; применять формулы сложения и умножения вероятностей, комбинаторные факты и формулы при решении задач; оценивать вероятности реальных событий; знакомство со случайными величинами; умение приводить примеры проявления закона больших чисел в природных и общественных явлениях	ми: случайный опыт и случайное событие, вероятность случайного события; умение вычислять вероятность с использованием графических методов; применять формулы сложения и умножения вероятностей, комбинаторные факты и формулы при решении задач; оценивать вероятности реальных событий; знакомство со случайными величинами; умение приводить примеры проявления закона больших чисел в природных и общественных явлениях	Выполнение расчетной работы. Подготовка и защита реферата. Математический диктант. Тестирование. Экзамен, зачет
оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость, пространство, двугранный угол, скрещивающиеся прямые, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей, угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями, расстояние от точки до плоскости, расстояние между прямыми, расстояние между плоскостями; умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии; умение оценивать размеры объектов окружающего мира	умение оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость, пространство, двугранный угол, скрещивающиеся прямые, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей, угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями, расстояние от точки до плоскости, расстояние между прямыми, расстояние между плоскостями; умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии; умение оценивать размеры объектов окружающего мира	Устный опрос. Решение задач. Выполнение расчетной работы. Подготовка и защита реферата. Математический диктант. Тестирование. Экзамен, зачет
оперировать понятиями: многогранник, сечение многогранника, куб, параллелепипед, призма, пирамида, фигура и поверхность вращения, цилиндр, конус, шар, сфера, сечения фигуры вращения, плоскость, касающаяся сферы, цилиндра, конуса, площадь поверхности пирамиды, призмы, конуса, цилиндра, площадь сферы, объем куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилин-	умение оперировать понятиями: многогранник, сечение многогранника, куб, параллелепипед, призма, пирамида, фигура и поверхность вращения, цилиндр, конус, шар, сфера, сечения фигуры вращения, плоскость, касающаяся сферы, цилиндра, конуса, площадь поверхности пирамиды, призмы, конуса, цилиндра, площадь сферы, объем куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара; умение изобра-	Устный опрос. Решение задач. Выполнение расчетной работы. Подготовка и защита реферата. Математический диктант. Тестирование. Экзамен, зачет

дра, конуса, шара; умение изображать многогранники и поверхности вращения, их сечения от руки, с помощью чертежных инструментов и электронных средств; умение распознавать симметрию в пространстве; умение распознавать правильные многогранники	жать многогранники и поверхности вращения, их сечения от руки, с помощью чертежных инструментов и электронных средств; умение распознавать симметрию в пространстве; умение распознавать правильные многогранники	
оперировать понятиями: движение в пространстве, подобные фигуры в пространстве; использовать отношение площадей поверхностей и объемов подобных фигур при решении задач	умение оперировать понятиями: движение в пространстве, подобные фигуры в пространстве; использовать отношение площадей поверхностей и объемов подобных фигур при решении задач	Устный опрос. Решение задач. Выполнение расчетной работы. Подготовка и защита реферата. Математический диктант. Тестирование. Экзамен, зачет
вычислять геометрические величины (длина, угол, площадь, объем, площадь поверхности), используя изученные формулы и методы	умение вычислять геометрические величины (длина, угол, площадь, объем, площадь поверхности), используя изученные формулы и методы	Устный опрос. Решение задач. Выполнение расчетной работы. Подготовка и защита реферата. Математический диктант. Тестирование. Экзамен, зачет
оперировать понятиями: прямоугольная система координат, координаты точки, вектор, координаты вектора, скалярное произведение, угол между векторами, сумма векторов, произведение вектора на число; находить с помощью изученных формул координаты середины отрезка, расстояние между двумя точками	умение оперировать понятиями: прямоугольная система координат, координаты точки, вектор, координаты вектора, скалярное произведение, угол между векторами, сумма векторов, произведение вектора на число; находить с помощью изученных формул координаты середины отрезка, расстояние между двумя точками	Устный опрос. Решение задач. Выполнение расчетной работы. Подготовка и защита реферата. Математический диктант. Тестирование. Экзамен, зачет
выбирать подходящий изученный метод для решения задачи, распознавать математические факты и математические модели в природных и общественных явлениях, в искусстве; умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки	умение выбирать подходящий изученный метод для решения задачи, распознавать математические факты и математические модели в природных и общественных явлениях, в искусстве; умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки	Решение задач. Выполнение расчетной работы.
В результате изучения дисциплины обучающийся должен **знать:**		
сформированность представлений о методах доказательств, алгоритмов решения задач; умении фор-	формирование представлений о методах доказательств, алгоритмов решения задач; умении формулировать определения,	Устный опрос. Решение задач. Выполнение расчетной работы. Подготовка и защита реферата. Математический дик-

мулировать определения, аксиомы и теоремы, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач	аксиомы и теоремы, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач	тант. Тестирование. Экзамен, зачет

3. Контрольно-оценочные материалы текущего контроля

3.1. Периодический письменный/устный опрос

Пример контрольной работы

Вариант 1

1) Сложить комплексные числа: $z_1 = -0{,}6 + 0{,}2i; z_2 = -0{,}4 - 0{,}5i;$
2) Вычесть комплексные числа: $z_1 = \frac{7}{8} - \frac{1}{5}i; z_2 = \frac{3}{8} - \frac{1}{5}i;$
3) Умножить комплексные числа: $z_1 = 2 - 3i; z_2 = -4 + i;$
4) Разделить комплексные числа: $z_1 = 3 - 2i; z_2 = 1 + 3i;$
5) Вычислить: $i^7 + i^5 + i^3 + i^2$

Вариант 2

1) Сложить комплексные числа: $z_1 = -3{,}6 + 0{,}2i; z_2 = -1{,}4 - 0{,}2i;$
2) Вычесть комплексные числа: $z_1 = 4 - 2i; z_2 = 3 + 8i;$
3) Умножить комплексные числа: $z_1 = -1 + 6i; z_2 = 6 - 3i;$
4) Разделить комплексные числа: $z_1 = 3 - 2i; z_2 = 1 + 3i;$
5) Вычислить: $i^6 \times i^4 \times i^2$

Критерии оценки:

- оценка «отлично» выставляется студенту, если верно решит 5 заданий;
- оценка «хорошо» выставляется студенту, если верно решит 4 задания;
- оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если верно решит 3 задания;
- оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если он верно решит менее 3 заданий

Пример устного опроса.

Ответить на вопросы:

1. Определение абсолютной погрешности.
2. Определение границы абсолютной погрешности
3. Определение относительной погрешности
4. Определение границы относительной погрешности
5. Правило округление с недостатком, с избытком, с наименьшей погрешностью
6. Правило сложения приближенных значений числа
7. Правило вычитания приближенных значений числа
8. Правило умножения приближенных значений числа
9. Правило деления приближенных значений числа

Критерии оценки:

- оценка «отлично» выставляется студенту, если он сформулирует 5 ответов на вопросы;
- оценка «хорошо» выставляется студенту, если он сформулирует 4 ответов на вопросы;
- оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он сформулирует ответа на вопросы;
- оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если он сформулирует менее 3 ответов на вопросы.

Пример математического диктанта

Ответить на вопросы по вариантам письменно.

Вариант 1

1. Представьте угол 740° в виде a° + 360°n , где n – целое число, 0<a<180°.
2. Точка P_{50° – конечная точка поворота на 50°. Найдите наименьшее по модулю значение угла β, точки P_β, которая получается из точки P_{50° симметрией относительно оси ординат.
3. Переведите угол 150° из градусной меры в радианную.
4. Переведите угол 1,25p из радианной меры в градусную.
5. Запишите равенство …$^0=\frac{\pi}{2}$.
6. Запишите формулу перехода от радиан к градусам.
7. Запишите значение$\sin\frac{\pi}{4}$

Вариант 2

1. Представьте угол –710° в виде a° + 360°n , где n – целое число, 0<a<180°.
2. Точка P_{50° – конечная точка поворота на 50°. Найдите наименьшее по модулю значение угла β, точки P_β, которая получается из точки P_{50° симметрией относительно оси абсцисс.
3. Переведите угол 135° из градусной меры в радианную.
4. Переведите угол 2,5p из радианной меры в градусную.
5. Запишите равенство…$^0=\frac{\pi}{4}$.
6. Запишите формулу перехода от радиан к градусам.
7. Запишите значение$\cos\frac{\pi}{6}$

Критерии оценки:

- оценка «отлично» выставляется студенту, если верно решит 7 заданий;
- оценка «хорошо» выставляется студенту, если верно решит 6 заданий;
- оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если верно решит 4 задания;
- оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если он верно решит менее 4 заданий

3.2 Пример тестовых заданий

Ответить на вопросы теста.

1. Выразите в радианной мере величины углов:

I	60^0	II	45^0
	10^0		20^0
	-75^0		-120^0
	225^0		300^0
	7220^0		4500^0

2. Выразите в градусной мере величины углов:

I	$\frac{\pi}{6}$	II	$\frac{\pi}{2}$
	$\frac{7\pi}{18}$		$\frac{\pi}{36}$
	-11π		$-\frac{9\pi}{4}$
	$\frac{\pi}{720}$		$\frac{\pi}{540}$

3. В какой четверти расположен угол α , если:

I	$\alpha = 298^0$	II	$\alpha = 717^0$
	$\alpha = -72^0$		$\alpha = -113^0$
	$\alpha = \frac{2\pi}{7}$		$\alpha = \frac{17\pi}{7}$
	$\alpha = -\frac{9\pi}{8}$		$\alpha = -\frac{4\pi}{9}$

4. Укажите положение точек, изобразив их на единичной окружности.

I	A $\frac{\pi}{4}$	II	A $\frac{\pi}{6}$
	B $\left(-\frac{2\pi}{3}\right)$		B $\left(-\frac{5\pi}{4}\right)$
	C 175^0		C 195^0
	D (-3)		D $(-1,4)$

Критерии оценки:
- оценка «отлично» выставляется студенту, если верно решит 10 заданий;
- оценка «хорошо» выставляется студенту, если верно решит 7 заданий;
- оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если верно решит 4 задания;
- оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если он верно решит менее 4 заданий

3.3. Оценка выполненных практических работ

Примерное практическое задание

Выполнить расчетную работу по вариантам.
В результате измерений какой-то величины получены следующие результаты. Задание:
1. Составить вариационный ряд.
2. Определить эмпирическую функцию распределения. Построить ее график.
3. Построить полигоны частот или относительных частот. Сделать вывод о законе распределения изучаемой величины.
4. Найти числовые характеристики изучаемой величины.
5. Найти моду, медиану выборки.
6. Найти точечные оценки математического ожидания, дисперсии, среднего квадратического отклонения изучаемой случайной величины.
7. Найти интервальную оценку математического ожидания с доверительной вероятностью 0,95.

Вариант 1

4,1	4,2	4,3	4,1	4,0
4,2	4,2	3,9	4,4	4,2
4,0	4,3	4,1	4,3	4,5
4,2	4,2	4,4	4,0	4,2
4,5	4,1	4,3	4,2	4,4

Вариант 2

4,1	4,2	4,3	4,1	4,0

4,2	4,2	3,9	4,4	4,2
4,0	4,3	4,1	4,3	4,5
4,2	4,2	4,4	4,0	4,2
4,5	4,1	4,3	4,2	4,4

Критерии оценки:
- оценка «отлично» выставляется студенту, если верно решит 7 заданий;
- оценка «хорошо» выставляется студенту, если верно решит 5-6 заданий;
- оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если верно решит 4 задания;
- оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если он решит менее 4 заданий

Оценка выполненных практических работ проводится.
- на занятиях (опрос, решение задач, деловая игра, круглый стол, тестирование (письменное иликомпьютерное), ответы (письменные или устные) на теоретические вопросы, решение практических задач и выполнение заданий на практическом занятии, выполнение контрольных работ;
- по результатам выполнения индивидуальных заданий;
- по результатам проверки качества конспектов лекций, рабочих тетрадей и иных материалов;

Оценка за семестр

Семестровая оценка определяется как округленное до целого числа среднее арифметическое оценок текущего контроля, полученных в течение семестра.

4. Контрольно-оценочные материалы для промежуточной аттестации

Учебным планом по дисциплине СО.01.04 Математика предусмотрена промежуточная аттестация в форме зачета, экзамена.

4.1. Задание промежуточного контроля

Пример экзаменационного билета

МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ДЕПАРТАМЕНТ НАУЧНО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ ПОЛИТИКИ И ОБРАЗОВАНИЯ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО Донской ГАУ)
Донской аграрный колледж

Кафедра "Естественнонаучных дисциплин"
Дисциплина: СО.01.04 Математика

Утверждено на заседании кафедры, протокол
№ __ от "__" _____ 20__ г.

Направление подготовки: *36.02.01 Ветеринария*

Билет № 1

ЗАДАНИЕ 1 (обязательное, оценивается как удовлетворяющее минимальному уровню образования состоит из 7 вопросов).

1. Вычислите $\sqrt[5]{32} + \sqrt[3]{-8}$

2. Сравнить числа $\left(\frac{2}{7}\right)^{\frac{3}{7}}$ и $\left(\frac{2}{7}\right)^{\frac{5}{7}}$
3. Найти корень уравнения $\log_3(x+5)=3$
4. Переведите из градусной в радианную меру: $14{,}8^0$; $70{,}28^0$
5. Решить уравнение $\sqrt{19-3x}=5$
6. Найти площадь сферы, если радиус сферы равен 8 дм.

ЗАДАНИЕ 2 (дополнительное, оценивается дополнительно в 1 балл при выполнении 1-го задания состоит из 2 вопросов)

1. Вычислите $log_{\frac{1}{8}}\left(2tg\frac{\pi}{6}\right)+log_{\frac{1}{8}}\left(1-tg^2\frac{\pi}{6}\right)^{-1}$
2. Решите уравнение $tg^2x-3tgx-4=0$

ЗАДАНИЕ 3 (усложненное, оценивается при выполнении первых двух как отличный результат состоит из 1 вопроса)

1. Докажите тождество $\frac{cos2x}{sinxcosx+sin^2x}=ctg(\pi+x)-1$

Критерии оценки:

- оценка «отлично» выставляется студенту, если он выполняет 3 задания;
- оценка «хорошо» выставляется студенту, если он выполняет 1 и 2 задание;
- оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он выполняет задание 1;
- оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если он не выполняет ни одного задания.

Преподаватель_____ _____ Зав. кафедрой _____ _____
(подпись) (ФИО) (подпись) (ФИО)

Критерии оценки на зачете

Оценка «зачтено» - ставится, если студент демонстрирует знание теоретического и практического материала по анализируемой тематике, определяет взаимосвязи между показателями задачи, даёт правильный алгоритм решения, определяет междисциплинарные связи по условию задания.

Оценка «не зачтено» - ставится, если студент дает неверную оценку ситуации, неправильно выбирает алгоритм действий.

5. Задания открытого и закрытого типа для проверки остаточных знаний

Задания закрытого типа

1. Множество - это

1. совокупность объектов;
2. слишком много;
3. совокупность объектов, объединённых по некоторому признаку;

4. совокупность объектов, обладающих свойствами.

Правильный ответ: 3

2. Укажите верные утверждения

1. При операциях на числовых множествах за универсальное множество берут множество целых чисел.
2. Множество чётных чисел - это счётное множество.
3. Пересечение двух множеств всегда не пусто.
4. Основные операции над множествами: пересечение, объединение, разность, симметрическая разность.
5. Пустое множество - это конечное множество.

Правильный ответ: 2,4,5

3. Синусом острого угла прямоугольного треугольника называется

2 отношение противолежащего катета к прилежащему;
3 отношение прилежащего катета к гипотенузе;
4 отношение гипотенузы к прилежащему катету;
5 отношение противолежащего катета к гипотенузе.

Правильный ответ: 4

4. Установите соответствие

1. рациональное уравнение — а. $\sqrt[3]{x-4}=3.$
2. иррациональное уравнение — б. $\sin\frac{\pi x}{3}=0,5.$
3. тригонометрическое уравнение — в. $\frac{9}{x^2-16}=1.$

Правильный ответ: 1-в, 2-а, 3-б

5. Достаточным условием убывания функции f(x) является ….

1. f '(x) > 0;
2. f '(x) < 0;
3. f "(x) > 0;
4. f "(x) < 0;

Правильный ответ: 2

Задания открытого типа

1. Найдите производную функции y = *tg x в точке x=0.*

Правильный ответ: 1

2. Найдите корень уравнения $(x-1)^3 = 8.$

Правильный ответ: 3

3. Найти производную заданной функции $y = 4x + e - \sin x$

Правильный ответ: $4 - \cos x$

4. Вероятность любого события есть неотрицательное число, не превосходящее числа ____.

Правильный ответ: 1

5. Неопределённый интеграл функции *f(x) = 2 sinx* имеет вид _____.

Правильный ответ: $-2\cos x + C$

6. В урне 200 билетов. Из них 10 выигрышных. Вероятность того, что первый вынутый билет окажется выигрышным, равна ____.

Правильный ответ: 0,05

7. Найдите значение выражения $(432^2 - 568^2) : 1000.$

Правильный ответ: -136

8. Вероятность того, что новая шариковая ручка пишет плохо или вовсе не пишет, равна 0,21. Покупатель, не глядя, берёт одну шариковую ручку из коробки. Найдите вероятность того, что эта ручка пишет хорошо.

Правильный ответ: 0,79

9. Дифференциал от неопределенного интеграла равен подынтегральному _____

Правильный ответ: выражению

10. Вероятность того, что произойдет одно из двух несовместных событий, равна _____ вероятностей этих событий.

Правильный ответ: сумме

11. Точки максимума и минимума функции называются точками _____.

Правильный ответ: экстремума

12. Найдите корень уравнения $1 + 8(3x + 7) = 9.$

Правильный ответ: -2

13. Вероятность того, что в случайный момент времени температура тела здорового человека окажется ниже чем 36,8 °C, равна 0,81. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени у здорового человека температура окажется 36,8 °C или выше.

Правильный ответ: 0,19

14. В треугольнике *ABC* $AC = BC = 25, \quad AB = 40.$ **Найдите** $\sin A.$

Правильный ответ: 0,6

15. Совокупность всех первообразных функции *y = f(x)* называется _____.

Правильный ответ: неопределенным интегралом

Вопросы для промежуточной аттестации

Вопрос №1.

Дайте определения: а) корня степени n из числа a; б) арифметического корня степени n из неотрицательного числа a.

Ответ.

Корнем степени *n* (n = 2; 3; 4; ...) из числа a называется число, n-я степень которого равна a.

Корень второй степени иначе называется квадратным, третьей — кубическим.

Арифметическим корнем степени *n* из неотрицательного числа a называется такое неотрицательное число, n-я степень которого равна a.

Обозначение $\sqrt[n]{a}$ используется для арифметического корня чётной степени и для корня нечётной степени.

По определению $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$, где $a \le 0$; $m \in Z$; $n \le N$.

Задачи.

1. Вычислить.

а) $3^7 \cdot 3^{-2}$; б) $5^{-3} : 5^{-6}$

Решение.

а) $3^7 \cdot 3^{-2} = 3^{7-2} = 3^5 = 243$;

б) $5^{-3} : 5^{-6} = 5^{-3+6} = 5^3 = 125$

2. Выполнить преобразования.

а) $\sqrt[4]{3} \cdot \sqrt[4]{432}$; б) $\sqrt[3]{-\frac{27}{125}}$

Решение.

а) $\sqrt[4]{3} \cdot \sqrt[4]{432} = \sqrt[4]{3} \cdot \sqrt[4]{2^4 \cdot 3^3} = \sqrt[4]{2^4 \cdot 3^4} = 2 \cdot 3 = 6$;

б) $\sqrt[3]{-\frac{27}{125}} = \frac{\sqrt[3]{-27}}{\sqrt[3]{125}} = -\frac{3}{5}$;

3. Представить в виде степени. Представить в виде степени: $\sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[5]{x^2} : \sqrt[7]{x^3}$.

Решение.

$$\sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[5]{x^2} : \sqrt[7]{x^3} = x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{2}{5}} : x^{\frac{3}{7}} = x^{\frac{1}{3}+\frac{2}{5}-\frac{3}{7}} = x^{\frac{32}{105}}.$$

Вопрос №2.

Какие свойства у корня степени n из числа a?

Ответ.

$$\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = a;$$

$\sqrt[n]{a^n} = a$, если n нечётно; $\sqrt[n]{a^n} = |a|$, если n чётно ($|x| = -x$, если $x < 0$; $|x| = x$, если $x \le 0$);

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab};$$

$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$, где $a \le 0$, $b > 0$ при чётном n; $b \ne 0$ при нечётном n;

$$\left(\sqrt[n]{a}\right)^k = \sqrt[n]{a^k};$$

$$\sqrt[nk]{a^{mk}} = \sqrt[n]{a^m} \ (a \le 0;\ k \in N);$$

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}.$$

Задачи.

1. Вычислить.

$\left(-\frac{2}{3}\right)^{-3}$.

Решение.

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^{-3} = \left(-\frac{3}{2}\right)^{3} = \frac{(-3)^3}{2^3} = -\frac{27}{8}.$$

2. Упростить.

$\left(x^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{6}{5}} : (xy^6)^{\frac{1}{3}}$.

Решение.

$$\left(x^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{6}{5}} : (xy^6)^{\frac{1}{3}} = x^{\frac{2}{3}\cdot\frac{6}{5}} : \left(x^{\frac{1}{3}} \cdot y^{6\cdot\frac{1}{3}}\right) = \frac{x^{\frac{4}{5}}}{x^{\frac{1}{3}} \cdot y^2} = \frac{x^{\frac{4}{5}-\frac{1}{3}}}{y^2} = \frac{x^{\frac{7}{15}}}{y^2}.$$

3. Вынести множитель из-под знака корня.

а) $\sqrt[4]{3^7}$; б) $\sqrt{45}$

Решение.

а) $\sqrt[4]{3^7} = \sqrt[4]{3^4 \cdot 3^3} = 3\sqrt[4]{3^3} = 3\sqrt[4]{27}$;

б) $\sqrt{45} = \sqrt{9 \cdot 5} = 3\sqrt{5}$

Вопрос №3.

Дайте определения: логарифма числа b по основанию a, десятичного логарифма и натурального логарифма.

Ответ.

Пусть $a > 0$; $b > 0$, причём $a \neq 1$.

Логарифмом числа b по основанию a называется такое число c, что $a^c = b$:

$$c = \log_a b, \text{ если } a^c = b.$$

Десятичным логарифмом называется логарифм по основанию 10:

$$c = \lg b, \text{ если } 10^c = b.$$

Натуральным логарифмом называется логарифм по основанию e, где число $e \approx 2{,}718$:

$$c = \ln b, \text{ если } e^c = b.$$

Задачи.

1. Вычислить.

$$\log_2 64 - 3\log_{\frac{1}{3}} 27$$

Решение.

а) $64 = 2^6$; значит, $\log_2 64 = 6$; $27 = \left(\frac{1}{3}\right)^{-3}$;

значит, $\log_{\frac{1}{3}} 27 = -3$;

$$\log_2 64 - 3\log_{\frac{1}{3}} 27 = 6 - 3 \cdot (-3) = 15$$

2. Вычислить.

$$4^{\log_2 3}.$$

Решение.

$$4^{\log_2 3} = (2^2)^{\log_2 3} = (2^2)^{\log_{2^2} 3^2} = 3^2 = 9.$$

3. Вычислить

$$\log_4 \sqrt{2}$$

Решение.

$$\log_4 \sqrt{2} = \log_{2^2} 2^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \cdot \log_2 2^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}.$$

Вопрос №4.

Какие свойства логарифма вы знаете?

Ответ.

Основное логарифмическое тождество:

$$a^{\log_a b} = b.$$

Логарифм произведения, частного, степени, корня:

$$\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c;$$

$$\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c;$$

$$\log_a b^p = p \cdot \log_a b;$$

$$\log_a \sqrt[p]{b} = \frac{1}{p} \cdot \log_a b;$$

$$\log_{a^p} b = \frac{1}{p} \cdot \log_a b;$$

$$\log_{a^p} b^p = \log_a b;\ \log_{a^p} a^q = \frac{q}{p}.$$

Задачи.

1. Вычислить

$$\log_{12} 8 + \log_{12} 3 + \log_{12} 6.$$

Решение.

$$\log_{12} 8 + \log_{12} 3 + \log_{12} 6 = \log_{12}(8 \cdot 3 \cdot 6) = \log_{12} 144 = 2.$$

2. Вычислить

$$\log_{\frac{1}{3}} 54 - \log_{\frac{1}{3}} 6.$$

Решение.

$$\log_{\frac{1}{3}} 54 - \log_{\frac{1}{3}} 6 = \log_{\frac{1}{3}} \frac{54}{6} = \log_{\frac{1}{3}} 9 = -2.$$

3. Вычислить.

$$\log_{\sqrt{5}} \sqrt[5]{25}.$$

Решение.

$$\log_{\sqrt{5}} \sqrt[5]{25} = \log_{5^{\frac{1}{2}}} 25^{\frac{1}{5}} = 2 \cdot \log_5 25^{\frac{1}{5}} = 2 \cdot \frac{1}{5} \cdot \log_5 25 =$$

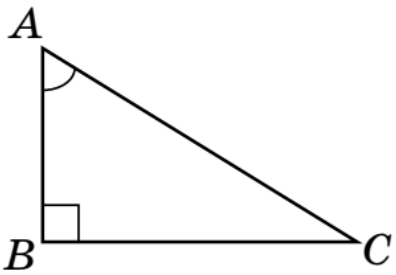
$$= \frac{2}{5} \cdot 2 = \frac{4}{5}.$$

Вопрос №5.

Дайте определения синуса и косинуса острого угла.

Ответ.

Прямоугольный треугольник ABC — треугольник, в котором один угол равен $90°$



Синусом острого угла A в прямоугольном треугольнике называется отношение противолежащего катета к гипотенузе:

$$\sin \angle A = \frac{BC}{AC}.$$

Косинусом острого угла A в прямоугольном треугольнике называется отношение прилежащего катета к гипотенузе:

$$\cos \angle A = \frac{AB}{AC}.$$

Задачи.

1. Упростить.

$$2 + \cos^2 \alpha - 2 \sin^2 \alpha.$$

Решение.

$$2 + \cos^2 \alpha - 2 \sin^2 \alpha =$$
$$= 2 + \cos^2 \alpha - 2(1 - \cos^2 \alpha) =$$
$$= 2 + \cos^2 \alpha - 2 + 2 \cos^2 \alpha = 3 \cos^2 \alpha.$$

2. Известно, что

$$\cos \alpha = 0{,}8; \frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi.$$

Найти: $\sin \alpha$; $\operatorname{tg} \alpha$; $\operatorname{ctg} \alpha$.

Решение.

Поскольку угол α лежит в IV четверти, $\sin \alpha < 0$.

$$\sin \alpha = -\sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = -\sqrt{1 - 0{,}64} = -0{,}6;$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = -\frac{0{,}6}{0{,}8} = -\frac{3}{4}; \operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} = -\frac{4}{3}.$$

3. Вычислить:

$$\cos \frac{10\pi}{3} \cdot \operatorname{ctg} \frac{3\pi}{4} - \sin \frac{5\pi}{6}.$$

Решение.

По формулам приведения:

$$\cos \frac{10\pi}{3} \cdot \operatorname{ctg} \frac{3\pi}{4} - \sin \frac{5\pi}{6} =$$

$$= \cos\left(\pi + 2\pi + \frac{\pi}{3}\right) \cdot \operatorname{ctg}\left(\pi - \frac{\pi}{4}\right) - \sin\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) =$$

$$= -\cos\frac{\pi}{3} \cdot \left(-\operatorname{ctg}\frac{\pi}{4}\right) - \sin\frac{\pi}{6} = \cos\frac{\pi}{3} \cdot \operatorname{ctg}\frac{\pi}{4} - \sin\frac{\pi}{6} =$$

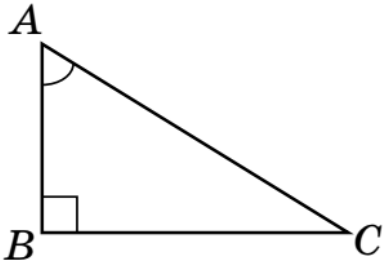
$$= \frac{1}{2} \cdot 1 - \frac{1}{2} = 0$$

Вопрос №6.

Дайте определения тангенса и котангенса острого угла и определения тригонометрических функций числа x.

Ответ.

Прямоугольный треугольник ABC — треугольник, в котором один угол равен 90°



Тангенсом угла A в прямоугольном треугольнике называется отношение противолежащего катета к прилежащему:

$$\operatorname{tg} \angle A = \frac{BC}{AB}.$$

Котангенсом угла A в прямоугольном треугольнике называется отношение прилежащего катета к противолежащему:

$$\operatorname{ctg} \angle A = \frac{AB}{BC}.$$

Синусом (косинусом, тангенсом, котангенсом) числа x называется синус (косинус, тангенс, котангенс) угла, равного x радиан.

Вопрос №7.

Напишите формулы синуса, косинуса и тангенса суммы двух углов.

Ответ.

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta;$$
$$\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta;$$
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta;$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta;$$

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}{1 - \operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\beta};$$

$$\operatorname{tg}(\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta}{1 + \operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\beta}.$$

Задачи.

1. Вычислить:

$\operatorname{tg}\ 15°;$

Решение.

$$\operatorname{tg}15° = \operatorname{tg}(45° - 30°) = \frac{\operatorname{tg}45° - \operatorname{tg}30°}{1 + \operatorname{tg}45° \cdot \operatorname{tg}30°} =$$

$$= \frac{1 - \frac{\sqrt{3}}{3}}{1 + 1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3}} = \frac{3 - \sqrt{3}}{3 + \sqrt{3}} = \frac{(3 - \sqrt{3})^2}{(3 + \sqrt{3}) \cdot (3 - \sqrt{3})} =$$

$$= \frac{12 - 6\sqrt{3}}{6} = 2 - \sqrt{3};$$

2. Вычислить:

$(\sin\ 15° + \cos\ 15°)^2.$

Решение.

$$(\sin\ 15° + \cos\ 15°)^2 =$$
$$= \sin^2\ 15° + \cos^2\ 15° + 2\sin\ 15° \cdot \cos\ 15° =$$
$$= 1 + \sin\ 30° = 1 + \frac{1}{2} = 1,5.$$

Вопрос №8.

Напишите формулы сокращённого умножения.

Ответ.

$$(a - b) \cdot (a + b) = a^2 - b^2;$$

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2;$$

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3;$$

$$(a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2) = a^3 \pm b^3.$$

Задачи.

1. Упростить выражение:

$$\left(\frac{a+b}{a-b} - \frac{a-b}{a+b}\right) \cdot \left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right).$$

Решение.

$$\left(\frac{a+b}{a-b} - \frac{a-b}{a+b}\right) \cdot \left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right) = \frac{(a+b)^2 - (a-b)^2}{(a-b) \cdot (a+b)} \cdot \frac{a^2 - b^2}{ab} =$$

$$= \frac{a^2 + 2ab + b^2 - a^2 + 2ab - b^2}{a^2 - b^2} \cdot \frac{a^2 - b^2}{ab} = \frac{4ab(a^2 - b^2)}{ab(a^2 - b^2)} = 4.$$

2. Вынести множитель из-под знака корня:

$\sqrt[5]{a^{23} \cdot b^{17}}$.

Решение.

$$\sqrt[5]{a^{23} \cdot b^{17}} = \sqrt[5]{a^{20} \cdot b^{15} \cdot a^3 \cdot b^2} = \sqrt[5]{(a^4)^5 \cdot (b^3)^5 \cdot a^3 \cdot b^2} =$$
$$= a^4 \cdot b^3 \cdot \sqrt[5]{a^3 \cdot b^2}.$$

Вопрос №9.

Дайте определение и основные свойства модуля числа.

Ответ.

$$|a| = \begin{cases} a, \text{ если } a \geqslant 0; \\ -a, \text{ если } a < 0. \end{cases}$$

$$|a| = \sqrt{a^2}; \; |a| = \sqrt[2n]{a^{2n}} \; (n \in N);$$

$$|a| > 0, \text{ если } a \neq 0;$$

$$|x| \leq a \text{ тогда и только тогда, когда } -a \leq x \leq a;$$

$$|a \pm b| \leq |a| + |b|;$$

$$||a| - |b|| \leq |a \pm b|;$$

$$|ab| = |a| \leq |b|;$$

$$|a^n| = |a|^n;$$

$$\left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|}.$$

Задачи.

1. Доказать тождество:

$$\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = \frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha}.$$

Решение.

$$\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = \frac{\sin\frac{\alpha}{2}}{\cos\frac{\alpha}{2}} = \frac{2\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}}{2\cos^2\frac{\alpha}{2}} = \frac{\sin\frac{2\alpha}{2}}{1+\cos\frac{2\alpha}{2}} = \frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha}$$

2. Упростить:

$$\sqrt{a^2 - 6a + 9} + \sqrt{a^2 + 6a + 9}$$

Решение.

$$\sqrt{a^2 - 6a + 9} + \sqrt{a^2 + 6a + 9} =$$
$$= \sqrt{a^2 - 2 \cdot 3 \cdot a + 3^2} + \sqrt{a^2 + 2 \cdot 3 \cdot a + 3^2} =$$
$$= \sqrt{(a-3)^2} + \sqrt{(a+3)^2} = |a-3| + |a+3|.$$

3. Решить уравнение:

$$3x^2 - 4 = 0.$$

Решение.

$$x^2 = \frac{4}{3}; \; x_{1;2} = \pm\sqrt{\frac{4}{3}} = \pm\sqrt{\frac{4 \cdot 3}{3 \cdot 3}} = \pm\frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

Вопрос №10.

Сформулируйте прямую и обратную теоремы Виета.

Ответ.

Теорема Виета:

Если x_1, x_2 — корни уравнения

$$ax^2 + bc + c = 0,$$

то $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$; $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$.

Обратная теорема Виета:

Если $x_1 + x_2 = -p$; $x_1 \cdot x_2 = q$, то приведённое квадратное уравнение с корнями x_1, x_2 имеет вид:

$$x_2 + px + q = 0.$$

Задачи.

1. Решить уравнение:

$2x^2 + 3x = 0.$

Решение.

$x \cdot (2x + 3) = 0$; $x_1 = 0$; $2x^2 + 3 = 0$; $x_2 = -1{,}5$.

Вопрос №11.

Какое уравнение называется квадратным? Какой вид имеет формула корней квадратного уравнения?

Ответ.

Квадратное уравнение:

$$ax^2 + bx + c = 0,\ a \neq 0.$$

Корни квадратного уравнения:

$$x_{1;2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a},$$

где $D = b^2 - 4ac$.

Если b — чётное число, то корни удобно искать по формуле

$$x_{1;2} = \frac{-\frac{b}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - ac}}{a}.$$

Задачи.

1. Решить уравнение:

$3x^2 - 4x + 1 = 0.$

Решение.

Поскольку $b = -4$ — чётно,

$$x_{1;2} = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 3}}{3} = \frac{2 \pm 1}{3};\ x_1 = \frac{2 - 1}{3} = \frac{1}{3};\ x_2 = \frac{2 + 1}{3} = 1.$$

2. Решить уравнение:

$$\frac{x^2}{x + 2} + \frac{x + 2}{x^2} = 2.$$

Решение.

ОДЗ: $x \neq -2;\ x \neq 0$. Обозначим $t = \dfrac{x^2}{x+2}$.

Тогда $\dfrac{x+2}{x^2} = \dfrac{1}{t}$: $t + \dfrac{1}{t} = 2;\ \dfrac{t^2+1}{t} = 2;$

$t^2 + 1 = 2t;\ t^2 - 2t + 1 = 0;$

$t_{1;2} = 1 \pm \sqrt{1-1} = 1 \pm 0 = 1.$

$\dfrac{x^2}{x+2} = 1;\ x^2 = x + 2;\ x^2 - x - 2 = 0;$

$x_{1;2} = \dfrac{1 \pm \sqrt{1+8}}{2} = \dfrac{1 \pm 3}{2};$

$x_1 = \dfrac{1-3}{2} = -1;\ x_2 = \dfrac{1+3}{2} = 2$ — входят в ОДЗ.

Ответ. $-1;\ 2.$

3. Решить уравнение:

$\sqrt{x+5} + \sqrt{13-x} = 6.$

Решение.

Изолируем один из корней:

$\sqrt{x+5} = 6 - \sqrt{13-x}.$

Возведём обе части в квадрат:

$x + 5 = 36 - 12\sqrt{13-x} + 13 - x;\ 2x - 44 = 12\sqrt{13-x};$

$x - 22 = 6\sqrt{13-x}.$

Ещё раз возведём в квадрат:

$x^2 - 44x + 484 = 468 - 36x;\ x^2 - 8x + 16 = 0;$

$x_{1;2} = 4 \pm \sqrt{16-16} = 4 \pm 0 = 4.$

Проверка: $\sqrt{4+5} + \sqrt{13-4} = \sqrt{9} + \sqrt{9} = 3 + 3 = 6.$

Ответ. $4.$

Вопрос №12.

Напишите формулы для корней уравнений sin x=a и cos x=a.

Ответ.

1) $\sin x = a$.

Уравнение имеет решение только при $|a| \leq 1$:

$$x = (-1)^n \cdot \arcsin a + \pi n,\ n \in Z.$$

В частности, при $a = 0$: $x = \pi n,\ n \in Z;$

при $a = 1$: $x = \dfrac{\pi}{2} + 2\pi n,\ n \in Z;$

при $a = -1$: $x = -\dfrac{\pi}{2} + 2\pi n,\ n \in Z.$

2) $\cos x = a$.

Уравнение имеет решение только при $|a| \le 1$:

$$x = \pm\arccos a + 2\pi n,\ n \in Z.$$

В частности, при $a = 0$: $x = \frac{\pi}{2} + \pi n,\ n \in Z$;

при $a = 1$: $x = 2\pi n,\ n \in Z$;

при $a = -1$: $x = \pi + 2\pi n,\ n \in Z$.

Задачи.

1. Решить уравнение:

$$\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Решение.

$$2x + \frac{\pi}{3} = (-1)^n \cdot \arcsin\frac{\sqrt{3}}{2} + \pi n,\ n \in Z;$$

$$2x + \frac{\pi}{3} = (-1)^n \cdot \frac{\pi}{3} + \pi n,\ n \in Z;$$

$$2x = -\frac{\pi}{3} + (-1)^n \cdot \frac{\pi}{3} + \pi n,\ n \in Z;$$

$$x = ((-1)^n - 1) \cdot \frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{2},\ n \in Z.$$

2. Решить уравнение:

$$\cos\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) = 0.$$

Решение.

$$\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + \pi n,\ n \in Z;\ \frac{x}{2} = \frac{3\pi}{4} + \pi n,\ n \in Z;$$

$$x = \frac{3\pi}{2} + 2\pi n,\ n \in Z.$$

3. Решить уравнение:

$$\operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

Решение.

$$x + \frac{\pi}{4} = \operatorname{arctg}\frac{\sqrt{3}}{3} + \pi n,\ n \in Z;\ x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{6} + \pi n,\ n \in Z;$$

$$x = -\frac{\pi}{12} + \pi n,\ n \in Z.$$

Вопрос №13.

Какое уравнение называется показательным? При каких условиях показательное уравнение имеет решение? Какой вид имеет решение показательного уравнения?

Ответ.

$$a^x = b.$$

Уравнение имеет решение только при $a > 0;\ a \neq 1;\ b > 0$:

$$x = \log_a b.$$

Задачи.

1. Решить уравнение:

$$2^{\sqrt{x}} = 3.$$

Решение.

$$\sqrt{x} = \log_2 3;\ x = (\log_2 3)^2.$$

2. Решить уравнение:

$$2^x = \left(\frac{1}{2}\right)^{2x-1}.$$

Решение.

$$2^x = 2^{-(2x-1)};\ x = -(2x-1);$$

$$x = 1 - 2x;\ 3x = 1;\ x = \frac{1}{3}.$$

3. Решить уравнение:

$$\log_{\frac{1}{3}} x = -2.$$

Решение.

$$x = \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = 3^2 = 9.$$

Вопрос №14.

Какие виды неравенств вы знаете?

Ответ.

Линейное неравенство — это неравенство, которое содержит только линейные функции $(ax + b)$ от неизвестной переменной.

Квадратное неравенство содержит квадратичные функции $(ax^2 + bx + c)$ от переменной.

Рациональное неравенство содержит только рациональные функции (частные многочленов) от переменной.

Показательные неравенства содержат переменную (или выражение от переменной) в показателе степени.

Логарифмические неравенства содержат переменную (или выражение от переменной) под знаком логарифма или в его основании.

Задачи.

1. Решить неравенство:

$$3x + 5 \leq 12x + 3.$$

Решение.

$$3x + 5 \leq 12x + 3 \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow (3x + 5) - (12x + 3) \le 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -9x + 2 \le 0 \Leftrightarrow 9x - 2 \ge 0 \Leftrightarrow 9x \ge 2 \Leftrightarrow x \ge \frac{2}{9}.$

2. Решить неравенство:

$x^2 + x + 1 > 2x + 3.$

Решение.

$x^2 + x + 1 - 2x - 3 > 0;\ x^2 - x - 2 > 0;\ a = 1 > 0.$

Решаем уравнение $x^2 - x - 2 = 0;\ x_1 = -1;\ x_2 = 2;$

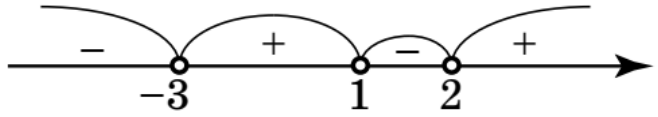
$x \in (-\infty; -1) \cup (2; +\infty).$

3. Решить неравенство:

$(x - 2)(x - 1)(x + 3) < 0.$

Решение.

Нанесём на ось точки, в которых сомножители обращаются в ноль:



При $x = 0$: $(x - 2)(x - 1)(x + 3) = 6 > 0$.

Поэтому на интервале $(-3; 1)$ левая часть положительна (знак «+»). Расставляем знаки на остальных интервалах (они чередуются). Знак «–» соответствует интервалам $(-\infty; -3)$ и $(1; 2)$; $x \in (-\infty; -3) \cup (1; 2)$.

Вопрос №15.

Дайте определение функции и аргумента.

Функция — это закономерность, отражающая связь между элементами множеств. Величина y называется функцией величины x, если каждому значению x из некоторого числового множества, называемого областью определения функции, соответствует единственное значение величины y.

Величина x называется **аргументом**, или независимой переменной, а элементы области определения — **допустимыми значениями аргумента**.

Коротко слова «величина y есть функция величины x» записывают так:

Ответ. $y = f(x)$.

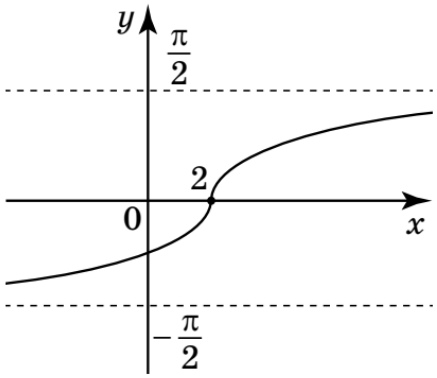
Задачи.

1. Построить график функции

$y = \operatorname{arctg}(2x - 4).$

Решение.

Поскольку $y = \operatorname{arctg} 2(x - 2)$, график можно получить из графика $y = \operatorname{arctg} x$ сжатием в 2 раза к оси Oy и сдвигом на 2 единицы вправо

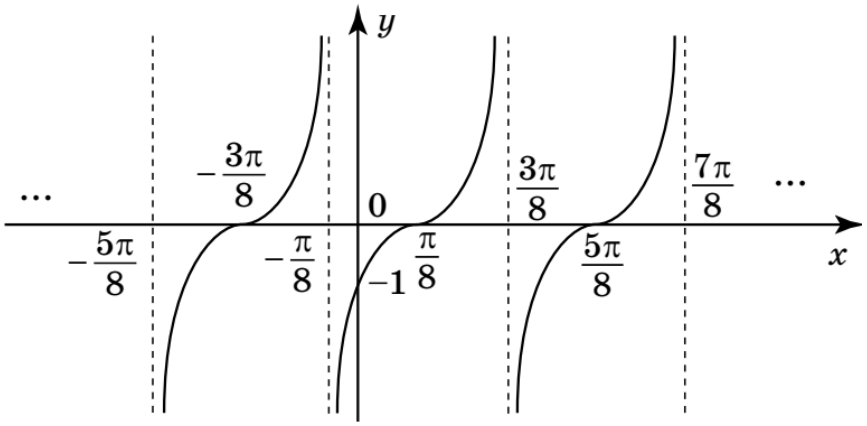


2. Построить график функции

$y = \operatorname{tg}\left(2x - \frac{\pi}{4}\right).$

Решение.

График функции $y = \operatorname{tg}\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \operatorname{tg} 2\left(x - \frac{\pi}{8}\right)$ получается из графика $y = \operatorname{tg} x$ сжатием в 2 раза к оси Oy и сдвигом на $\frac{\pi}{8}$ вправо



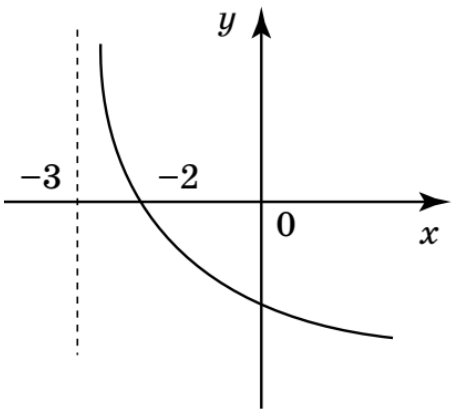
3. Построить график функции:

$y = \log_{\frac{1}{2}}(x + 3).$

Решение.

Для построения графика необходимо сдвинуть на 3 единицы влево график функции

$y = \log_{\frac{1}{2}} x$ •



Вопрос №16.

Дайте определения предела и производной функции.

Ответ.

Число a называется **пределом функции** $f(x)$ при x, стремящемся к x_0, $a = \lim\limits_{x \to x_0} f(x)$, если для любого числа $\varepsilon > 0$ найдётся такое число $\delta > 0$, что из неравенства $0 < |x - x_0| < \delta$ вытекает $|f(x) - a| < \varepsilon$.

Производной функции $y = f(x)$ в точке x_0 называется предел отношения приращения функции в точке x_0 к приращению аргумента, если приращение аргумента стремится к нулю:

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x},$$

или

$$f'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}.$$

Задачи.

1. Найти производную функции:

$y(x) = x^2 \cdot \ln x;$

Решение.

$$y'(x) = (x^2)' \cdot \ln x + x^2 \cdot (\ln x)' = 2x \cdot \ln x + x^2 \cdot \frac{1}{x} =$$

$$= 2x \ln x + x = (2 \ln x + 1) \cdot x$$

2. Найти производную функции:

$y(x) = \dfrac{x + 1}{3x^2 + 2};$

Решение.

$$y'(x) = \frac{(x + 1)' \cdot (3x^2 + 2) - (x + 1) \cdot (3x^2 + 2)'}{(3x^2 + 2)^2} =$$

$$= \frac{3x^2 + 2 - 6x(x+1)}{(3x^2+2)^2} = -\frac{3x^2 + 6x - 2}{(3x^2+2)^2}.$$

3. Вычислить интегралы:

$$\text{а)} \int_{-2}^{3} x^2 dx; \ \text{б)} \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (x - \sin 2x) dx.$$

Решение.

$$\text{а)} \int_{-2}^{3} x^2 dx = \frac{x^3}{3}\Big|_{-2}^{3} = \frac{3^3}{3} - \frac{(-2)^3}{3} = 9 + \frac{8}{3} = \frac{35}{3};$$

$$\text{б)} \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (x - \sin 2x) dx = \left(\frac{x^2}{2} + \frac{\cos 2x}{2} \right)\Big|_{0}^{\frac{\pi}{2}} =$$

$$= \left(\frac{\pi^2}{8} - \frac{1}{2} \right) - \frac{1}{2} = \frac{\pi^2}{8} - 1.$$